

КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Радіофізичний факультет

І.В.Байраченко, І.І.Слюсаренко

ЗБІРНИК ЗАДАЧ З КУРСУ

“РАДІОТЕХНІЧНІ КОЛА І СИГНАЛИ”



Видавничо - поліграфічний центр
<<Київський університет>>

1996

Збірник задач з курсу "Радіотехнічні кола і сигнали".

/Байраченко І.В., Слюсаренко І.І., - Київ.: ВПК

<<Київський університет>>, 1996 - 108 с.

Рецензент: проф. Левитський С.М.

*Затверджено Вченою Радою радіофізичного
факультету 10 червня 1996 року.*

Друкується за авторською редакцією.

ПРАВИЛА

оформлення домашніх завдань з

радіотехнічних кіл і сигналів.

1. Домашнє завдання пишеться на окремих листах або в учнівському зошиті.

2. З правої або з лівої сторони кожної сторінки залишається поле шириною (25 - 30 мм) для поміток викладача.

3. В заголовку вказуються : прізвище та ініціали студента, номер академгрупи, номер і тема домашнього завдання, номер особистого коду.

4. Умови задач приводяться повністю, в стовбчик виписуються вихідні данні відповідного варіанту.

5. Шукані і проміжні величини повинні позначатися знаками (літерами), що не повторюються. Рішення розбивається на окремі питання, зміст яких пишеться повністю.

6. Формули повинні бути чотирьохчленними :

а) позначення шуканої величини;

б) її літерне вираження;

в) вираження в підставлених числових величинах;

г) кінцевий результат з вказівкою розмірності в системі СІ.

Наприклад : $I = \frac{U}{R} = \frac{100}{20} = 5 \text{ А.}$

7. До всіх нетривіальних місць розрахунку слід давати короткі письмові пояснення.

8. Схеми кресляться під лінійку. Всі елементи схеми повинні мати позначення, що відповідають прийнятим в розрахунках.

9. Робота здається викладачу на початку наступного заняття.

10. При порушенні правил оформлення, або несвоєчасній здачі оцінка роботи знижується.

Закони електричних кіл на прикладі кіл постійного струму.

1. Визначення потенціалів точок електричного кола.

Потенціал чисельно дорівнює роботі, що виконується силами поля при переміщенні одиниці позитивного заряду із даної точки поля в точку, потенціал, якої прийнятий рівним нулю. Нулевим потенціалом прийнято вважати потенціал землі. В більшості випадків практичне значення має різниця потенціалів, яка не залежить від вибору нуля.

Різниця потенціалів двох точок кола постійного струму дорівнює напрузі між цими точками :

$$U_{mn} = \varphi_m - \varphi_n \quad (1.1)$$

В замкненому колі позитивні заряди рухаються від точок з більш високим потенціалом до точок з більш низьким потенціалом. Але всередині джерела енергії заряди під дією сторонніх сил повинні рухатися від точок з низьким потенціалом до точок з високим потенціалом, тобто до позитивного затискача джерела.

Якщо нерозгалуджене коло складається з послідовно увімкнених резисторів і джерел ЕРС, то узагальнений закон Ома матиме вигляд :

$$I = \frac{(U_{mn} + \sum \varepsilon)}{\sum R}, \quad (1.2)$$

де $\sum \varepsilon$ - алгебраїчна сума ЕРС у колі, $\sum R$ - сума опорів резисторів кола.

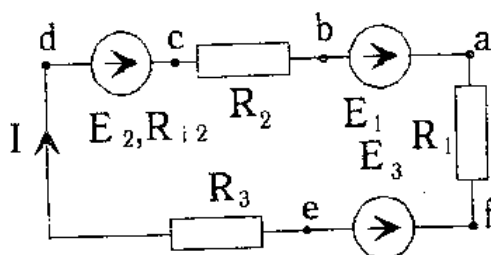


Рис.1.1-П.

Приклад 1.1. Для кола рис. 1.1-П задані: $E_1 = 5\text{В}$, $E_3 = 8\text{В}$, $R_1 = 500\text{ Ом}$, $R_2 = 250\text{ Ом}$, $R_3 = 700\text{ Ом}$, $R_{i2} = 50\text{ Ом}$, $I = 10\text{мА}$. Визначити потенціали φ точок a, b, c, d, e, прийнявши $\varphi_f = 0$.

Рішення.

$$\varphi_a - \varphi_f = R_1 I, (\varphi_a) \varphi_f); \varphi_a = \varphi_f + R_1 I = 0 + 500 \cdot 10^{-2} = 5\text{В};$$

$$\varphi_b = \varphi_a - E_1 = 5 - 5 = 0; \varphi_c = \varphi_b + R_2 I = 0 + 250 \cdot 10^{-2} = 2,5\text{В};$$

$$\varphi_e = -E_3 = -8\text{В}; \varphi_d = \varphi_e - R_3 I = -8 - 700 \cdot 10^{-2} = -15\text{В}.$$

Задача 1.1. Визначити потенціали точок електричного кола заданого варіанту для групи. Результати обчислень подати у вигляді таблиці.

Варіанти завдань для окремих груп.

Варіант 1.

Задані: I, U_{ba}, E_2, R_1, R_2 . Визначити потенціали точок a, b, c, d, e для двох випадків вибору нульового потенціалу: 1) $\varphi_c = 0$; 2) $\varphi_b = 0$ (рис.1.1.1).

Варіант 2.

Задані: $U_{R1}, E_1, E_2, E_3, R_1, R_2, R_3$. Коло працює в одному з двох режимів: 1) Ключ К розімкнений, $\varphi_a = 0$, знайти $\varphi_b, \varphi_c, \varphi_d, \varphi_e$; 2) ключ К замкнений, $\varphi_f = 0$, знайти $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_g$ (рис.1.1.2).

Варіант 3.

Задані: $U_{ce}, U_{R3}, E_1, R_1, R_2, R_3$. Визначити потенціали точок a, b, c, d, e для двох випадків: 1) $\varphi_e = 0$; 2) $\varphi_d = 0$ (рис.1.1.3).

Варіант 4.

Задані: $E_1, E_2 = E_3, R_1, R_2, R_3 = R_5, R_4$. Визначити потенціали точок a, b, c, d, e для двох режимів: 1) ключ К розімкнений; $\varphi_a = 0$; 2) ключ К замкнений; $\varphi_f = 0$ (рис.1.1.4).

Варіант 5.

Задані: I, U_{ca}, E_1, R_1, R_2 . Визначити потенціали точок a, b, c, d, e для двох режимів: 1) $\varphi_a = 0$; 2) $\varphi_c = 0$ (рис.1.1.5).

Варіант 6.

Задані: $I, E_1, E_2 = E_3 = E_4, R_1, R_2$. Визначити потенціали точок a, b, c, d, e для двох режимів: 1) ключ K розімкнений; $\varphi_\alpha = 0$; 2) ключ K замкнений; $\varphi_f = 0$ (рис.1.1.6).¹

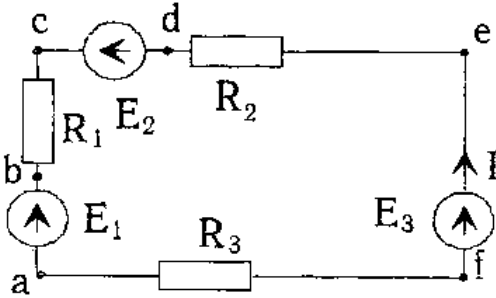


Рис.1.1.1.

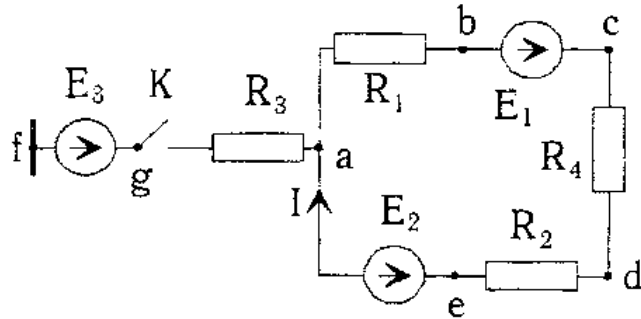


Рис.1.1.2

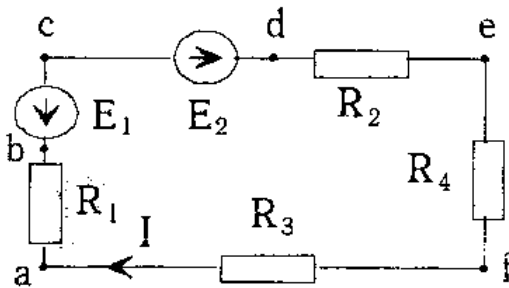


Рис.1.1.3

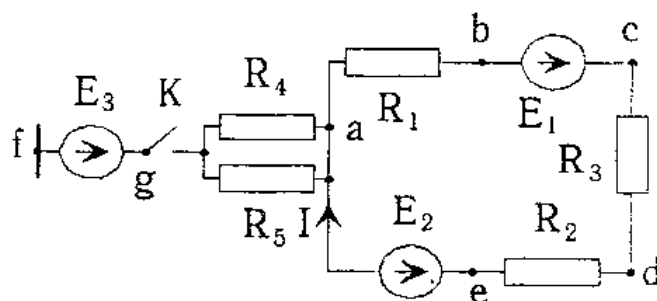


Рис.1.1.4

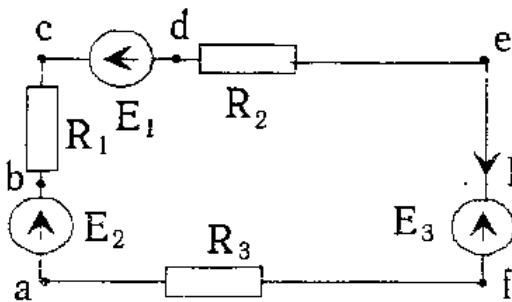


Рис.1.1.5

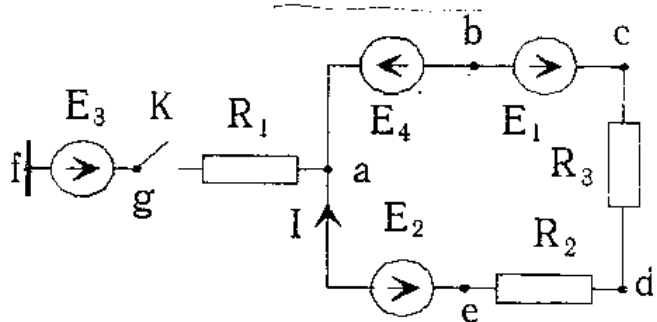


Рис.1.1.6

2. Розрахунок складних кіл постійного струму методом рівнянь Кірхгофа.

Нехай коло містить p віток та α вузлів. Потрібно визначити струми у вітках. Для розв'язання задачі потрібно скласти p рівнянь по

¹ Тут і в подальшому чисельні значення для особистого коду конкретного варіанта Задачі подані у відповідній таблиці до задачі (див. ДОДАТОК).

відношенню до n невідомих струмів, використовуючи перший і другий закони Кірхгофа.

Перший закон Кірхгофа говорить, що алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю :

$$\sum_{i=0}^k I_i = 0 \quad (1.3.)$$

Струми, що входять у вузол мають знак "+", а ті що виходять - знак "-".

Згідно з другим законом Кірхгофа алгебраїчна сума напруг у контурі дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС у цьому контурі:

$$\sum_{i=1}^m U_i = \sum_{i=1}^n E_i \quad (1.4.)$$

Напруги і ЕРС позитивні при співпаданні їх напрямків з напрямком обходу контуру.

При знаходженні струмів за першим законом Кірхгофа можна скласти тільки $\alpha - 1$ взаємно незалежних рівнянь. Інші $k = n - \alpha + 1$ рівнянь складаються за другим законом Кірхгофа. А тому схема повинна бути розбита на число k взаємно незалежних контурів. Контури будуть взаємно незалежними тільки в тому випадку, якщо в кожний новий контур, входять хоча б одна нова вітка.

Приклад 1.2.

Для кола рис. 1.2 - П скласти необхідну кількість рівнянь за першим і другим законами Кірхгофа.

Рішення.

Схема утримує $n = 5$ віток та $\alpha = 3$ вузлів. Вибираємо довільний напрямок струмів у вітках. Система рівнянь, складених за методом рівнянь Кірхгофа, буде мати такий вигляд :

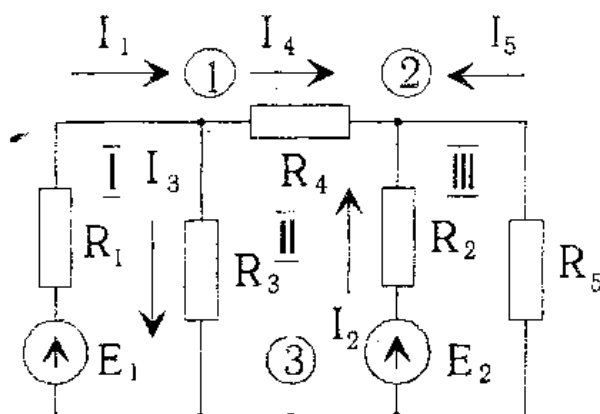


Рис.1.2-П.

для вузла 1 - $I_1 - I_3 - I_4 = 0$,

для вузла 2 - $I_2 + I_4 + I_5 = 0$,

для контура I - $R_1 I_1 + R_3 I_3 = E_1$,

для контура II - $R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_4 I_4 = E_2$,

для контура III - $R_2 I_2 - R_5 I_5 = E_2$.

Задача 1.2.

Для схеми (рис. 1.2), що утримує джерела енергії і резистори R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 , визначити струми у вітках методом рівнянь Кірхгофа.

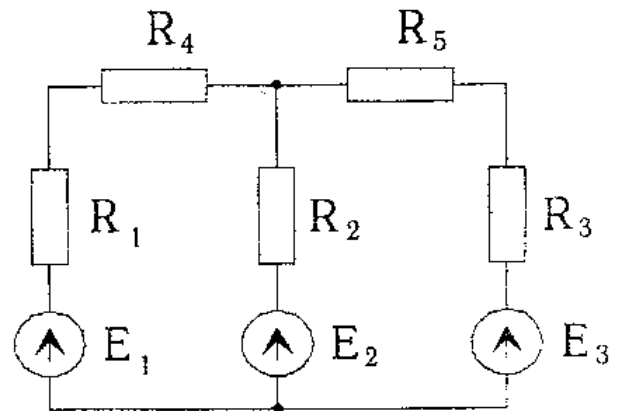


Рис.1.2.

3. Баланс потужностей для кіл постійного струму.

Стосовно до кіл постійного струму баланс потужностей означає, що алгебраїчна сума активних потужностей усіх джерел енергії дорівнює арифметичній сумі потужностей усіх резистивних елементів :

$$\sum EI = \sum RI^2 \quad (1.5)$$

Для схеми рис.1.2 - П баланс потужностей виглядає таким чином :

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2$$

Задача 1.3

Для схеми на рис.1.2 скласти баланс потужностей та перевірити його справедливість за даними значень елементів схеми і струмів у вітках.

Скористатись чисельними даними задачі 1.2.

ЗАВДАННЯ N2.

Розрахунки простих кіл синусоїдного струму методом комплексних амплітуд.

1. Основи методу комплексних амплітуд.

Комплексний або символічний метод полягає в тому, що синусоїдна функція подається вектором на комплексній площині і тому виражається через комплексні числа.

Зобразимо на комплексній площині обертовий вектор, що відповідає синусоїдному струму $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$, де I_m - амплітуда струму, ω - кутова частота, ψ - початкова фаза, t - час, i - миттєве значення струму. Будь яка точка на комплексній площині, зокрема точка кінця нашого вектора, може бути математично подана комплексним

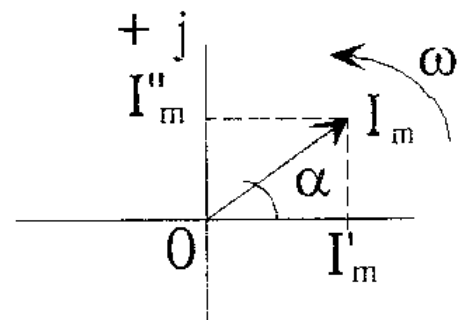


Рис.2.1-П

числом, яке можна записати в трьох формах. Якщо I'_m і I''_m - проекції на дійсну і уявну осі (рис.2.1-П), то

$$\dot{I}_m = I'_m + jI''_m \quad (2.1)$$

де $j = \sqrt{-1}$ уявна одиниця. Вираз (2.1) носить назву алгебраїчної форми комплексу струму.

Кут, що утворений вектором \dot{I}_m з дійсною позитивною напіввіссю -

$$\alpha = \omega t + \psi = \arctg \frac{I''_m}{I'_m}. \quad (2.2)$$

За знаками проекцій I'_m та I''_m легко визначити положення векторів на комплексній площині.

Модуль (величина) вектора струму

$$I_m = \sqrt{(I'_m)^2 + (I''_m)^2} \quad (2.3)$$

незалежно від знаків проекцій.

Із рис.2.1-П випливає, що $I'_m = I_m \cos \alpha$; $I''_m = I_m \sin \alpha$. Підставляючи ці значення проєкцій у рівняння (2.1) одержимо тригонометричну форму комплексу струму

$$\dot{I}_m = I_m \cos \alpha + j I_m \sin \alpha \quad (2.4)$$

Беручи до уваги формулу Ейлера , одержимо третю, показникову форму запису комплексу струму:

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\alpha} = I_m e^{j(\omega t + \psi)} \quad (2.5)$$

Вираз (2.5) можна подати таким чином:

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\psi} e^{j\omega t} = \hat{I}_m e^{j\omega t}$$

де

$$\hat{I}_m = I_m \exp(j\psi) \quad (2.6)$$

\hat{I}_m є комплексна амплітуда струму, а $\exp(j\omega t)$ - множник обертання.

Якщо у виразі (2.6) праву і ліву частини розділити на $\sqrt{2}$, то одержимо ефективне значення комплексної амплітуди струму:

$$\hat{I} = I \exp(j\psi) \quad (2.7)$$

Додаванню і відніманню миттєвих значень синусоїдних функцій на комплексній площині відповідає додавання і віднімання окремо дійсних і уявних частин комплексів відповідних функцій.

Похідна від комплексу струму за часом

$$d\dot{I}_m / dt = j\omega \dot{I}_m \quad (2.8)$$

Інтеграл від комплексу струму за часом

$$\int \dot{I}_m dt = \dot{I}_m / j\omega \quad (2.9)$$

Зауважимо, що множення комплексного числа на множник j рівнозначно повороту вектора на комплексній площині на кут $\pi / 2$ проти годинникової стрілки, а множення на $1/j = -j$ - відповідає повороту вектора на кут $\pi / 2$ за годинниковою стрілкою.

Щоб здійснити перехід від комплексу струму \dot{I}_m до його миттєвого значення i , потрібно взяти тільки уявну частину комплексу без j , що записується таким чином:

$$i = \text{Im}(\dot{I}_m) \quad (2.10)$$

Тут Im - початкові літери французького слова *imaginaire* - уявний.

Згідно з першим законом Кірхгофа для миттєвих значень струмів, що сходяться у вузлі електричного кола, маємо

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0 \quad (2.11)$$

Звідси, для синусоїдних струмів однієї і тієї ж частоти, зображаючи їх комплексами, одержимо:

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0 \quad (2.12)$$

Нагадаємо, що комплекси струмів, що входять у формулу (2.12) із знаком плюс або мінус залежно від того, як вибрати позитивні напрямки струмів: до вузла чи від вузла.

Приклад 2.1.

У вузлі кола сполучені три вітки з синусоїдними струмами i_1, i_2, i_3 (рис.2.2-П,а). Амплітуди струмів $I_{m1} = I_{m2} = I_{m3} = 4\sqrt{2}\text{A}$. Частоти усіх струмів f_0 . Два струми i_1 та i_2 подані у вигляді векторів на комплексній площині (рис.2.2-П,б).

- 1) Записати струми i_1, i_2 у комплексній показниковій формі.
- 2) Визначити комплексний струм \dot{I}_3 в показниковій формі.
- 3) Записати миттєві значення струмів i_1, i_2, i_3 .
- 4) Визначити значення струму $i_3(t_1)$ при $t_1 = \frac{1}{2f}$.

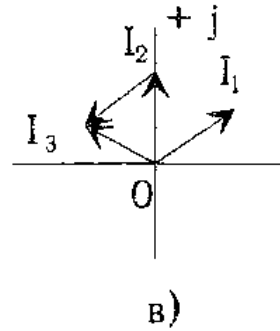
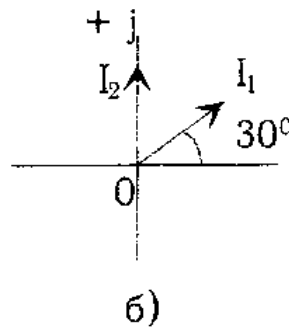
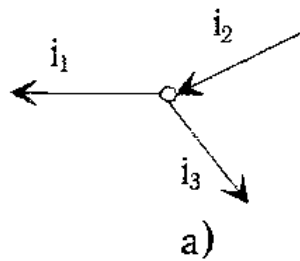


Рис.2.2-П.

Рішення.

1) Комплексні амплітуди: $\hat{I}_1 = I_1 \exp(j\psi_1)$; $\hat{I}_2 = I_2 \exp(j\psi_2)$; де $I_1 = I_2 = I_m / \sqrt{2} = 4\sqrt{2} / \sqrt{2} = 4 \text{ (A)}$. Згідно векторної діаграми

$\psi_1 = 30^\circ$; $\psi_2 = 90^\circ$. Отже $\hat{I}_1 = 4\exp(j30^\circ) \text{ (A)}$; $\hat{I}_2 = 4\exp(j90^\circ) = j4 \text{ (A)}$.

2) Згідно 1-го закону Кірхгофа (рис.2.2-П,а):

$\hat{I}_3 = \hat{I}_2 - \hat{I}_1 = j4 - 4(\cos 30^\circ + j\sin 30^\circ) = j4 - 2\sqrt{3} - j2 = -2\sqrt{3} + j2 = 4\exp(j150^\circ) \text{ (A)}$. Цей же результат можна отримати за допомогою векторної діаграми (рис.2.2-П,в).

3) Миттєві значення синусоїдного струму:

$$i_1 = I_{m1} \sin(2\pi f t + \psi_1) = 4\sqrt{2} \sin(2\pi f t + 30^\circ) \text{ (A)};$$

$$i_2 = I_{m2} \sin(2\pi f t + \psi_2) = 4\sqrt{2} \sin(2\pi f t + 90^\circ) \text{ (A)};$$

$$i_3 = I_{m3} \sin(2\pi f t + \psi_3) = 4\sqrt{2} \sin(2\pi f t + 150^\circ) \text{ (A)};$$

$$4) i_3(t_1) = i_3(1/2f) = 4\sqrt{2} \sin(2\pi f/2f + 150^\circ) = 4\sqrt{2} \sin 330^\circ = -2.82 \text{ (A)}.$$

Знак мінус означає, що напрям струму в момент t_1 протилежний заданому на малюнку.

Задача 2.1. У вузлі кола сполучені чотири вітки з синусоїдними струмами i_0, i_1, i_2, i_3 . Струми i_1, i_2, i_3 мають однакові амплітуди I_m і частоту f . Для цих струмів задані вектори на комплексній площині. Враховуючи умови окремих варіантів:

- 1) Записати в показниковій формі струми $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3$.
- 2) Визначити комплексний струм \hat{I}_0 в показниковій формі.
- 3) Записати миттєві значення струмів i_0, i_1, i_2, i_3 .
- 4) Для часу t визначити струм $i_0(t)$.
- 5) Результати обчислень подати у вигляді таблиці.

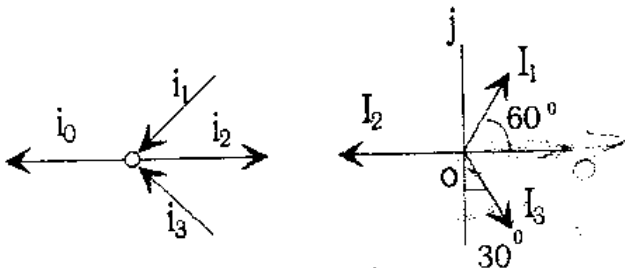


Рис.2.1.1

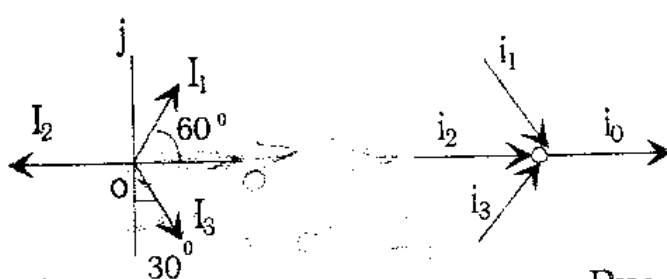


Рис.2.1.2

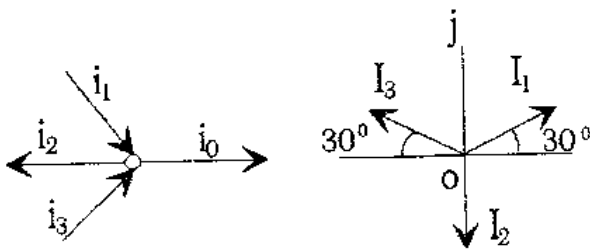


Рис.2.1.3

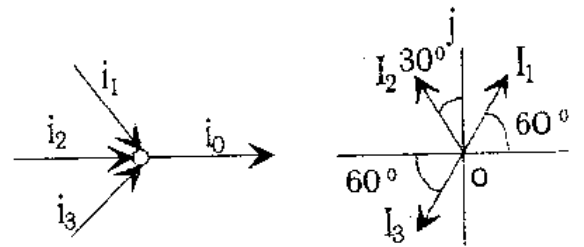


Рис.2.1.4

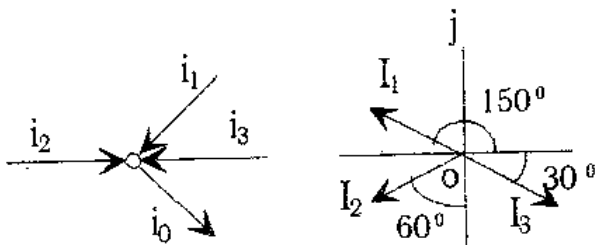


Рис.2.1.5

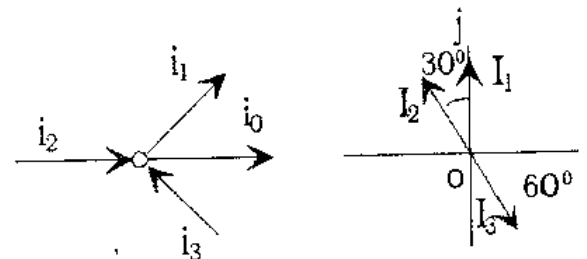


Рис.2.1.6

2. Розрахунки режиму і параметрів двополюсника.

Любе електричне коло утримує сукупність активних (джерела енергії) і пасивних (приймачі енергії) елементів, що забезпечують проходження електричного струму. Кожне джерело енергії і кожний пасивний елемент наділені двома затискачами, які інакше називають полюсами. А тому джерела і приймачі отримали загальну назву двополюсників. У загальному випадку двополюсник може об'єднувати

декілька джерел і приймачів і складатися із більш простих двополюсників, що електрично зв'язані між собою.

До пасивних елементів відносяться: резистори, індуктивні котушки, конденсатори.

Основна властивість резистора - здатність перетворювати електричну енергію в теплову:

$$P_a = i^2 R, \quad (2.13)$$

де R - опір резистора, що вимірюється в омах (Ом).

Індуктивна котушка здатна накопичувати енергію у вигляді енергії магнітного поля:

$$W_L = L i^2 / 2. \quad (2.14)$$

де L - індуктивність котушки, що вимірюється в генрі (Гн). Якщо через котушку протікає змінний струм, то в ній індукується ЕРС самоіндукції:

$$e_L = -L di/dt. \quad (2.15)$$

Для синусоїдного струму

$$e_L = -j\omega L \dot{I} = -jX_L \dot{I}. \quad (2.16)$$

Тут величина

$$X_L = \omega L \quad (2.17)$$

відіграє роль реактивного опору котушки.

Конденсатор здатний накопичувати енергію у вигляді енергії електричного поля:

$$W_C = C U^2 / 2 \quad (2.18)$$

де C - ємність конденсатора, що вимірюється в фарадах (Ф).

Оскільки $i = dQ/dt$, де Q - заряд, то

$$i = C dU/dt. \quad (2.19)$$

Якщо струм синусоїдний, то

$$\dot{I} = j\omega C \dot{U} = j b_C \dot{U}. \quad (2.20)$$

Величина

$$b_C = \omega C \quad (2.21)$$

є реактивна провідність конденсатора, а

$$X_C = 1/\omega C, \quad (2.22)$$

його реактивний опір.

Якщо через двополюсник під дією напруги $u = U_m \sin(\omega t + \psi_U)$ протікає струм $i = I_m \sin(\omega t + \psi_I)$ то величина

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = \frac{U_m \exp(j(\omega t + \psi_u))}{I_m \exp(j(\omega t + \psi_i))} = \frac{U_m}{I_m} \exp(j(\psi_u - \psi_i)) = Z \exp(j\varphi), \quad (2.23)$$

називається комплексним опором двополюсника (Тут $Z = U_m/I_m = U/I$, $\varphi = \psi_u - \psi_i$). Величина

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi} = ye^{-j\varphi} \quad (2.24)$$

називається комплексною провідністю двополюсника. Як видно з виразів для \underline{Z} і \underline{Y} , величина φ є зсув фаз між напругою та струмом.

У випадку послідовного сполучення резистора і індуктивної котушки, або резистора і конденсатора, матимемо:

$$\underline{Z}_L = R + j\omega L \quad (2.25)$$

$$\underline{Z}_C = R + 1/j\omega C \quad (2.26)$$

При послідовному сполученні декількох двополюсників, справедлива рівність

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 + \dots \quad (2.27)$$

Приклад 2.2.

Для схеми на рис.2.3-П задані: $u = 200 \sin(\omega t + 45^\circ)$ В; $\omega = 1200$ рад/с; $Z = 400$ Ом; зсув фаз напруг U й U_2 відносно струму i відповідно $\varphi_{u \rightarrow i} = 37^\circ$ і $\varphi_{u \rightarrow i} = 45^\circ$. Визначити струм i , параметри двополюсника R_1, R_K, L_K та повний опір Z_K .

Рішення.

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i); I_m = U_m/Z = 200/400 = 0.5(\text{A}).$$

$$i = 0.5 \sin(1200 t + 8^\circ) (\text{A}). \psi_i = \varphi_{u_2 \rightarrow i} - \varphi_{U \rightarrow i} = 45^\circ - 37^\circ = 8^\circ.$$

З трикутника напруг (рис.2.4-П):

$$\cos \varphi_{U \rightarrow i} = \cos 37^\circ = R/Z \Rightarrow R = 0.8 \cdot 400 = 320 \text{ Ом, де } R = R_1 + R_K.$$

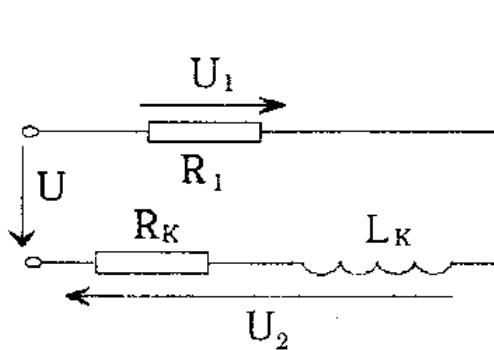


Рис.2.3 -П

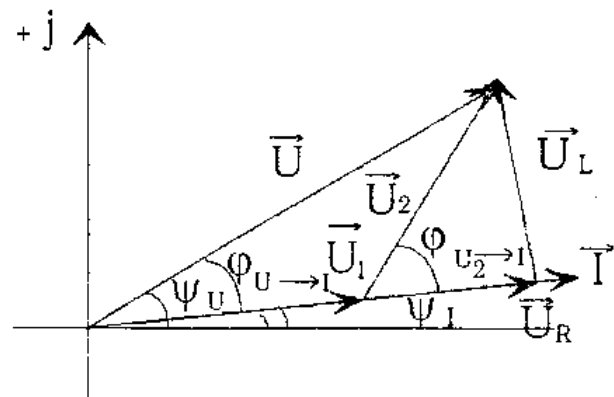


Рис.2.4 - П

$$\sin \varphi_{U \rightarrow i} = \sin 37^\circ = X_K/Z \Rightarrow X_K = 0.6 \cdot 400 = 240 \text{ Ом.}$$

$$X_K = \omega L_K \Rightarrow L_K = X_K/\omega = 240/1200 = 0.2 \text{ Гн.}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{U_2 \rightarrow i} = \operatorname{tg} 45^\circ = X_K/R_K = 1; X_K = R_K = 240 \text{ Ом.}$$

$$Z_K = \sqrt{R_K^2 + X_K^2} = \sqrt{(240)^2 + (240)^2} \approx 339 \text{ Ом.}$$

$$R_1 = R - R_K = 320 - 240 = 80 \text{ Ом.}$$

Задача 2.2. Для відповідних варіантів завдань визначити режимні величини і параметри двополюсника.

Варіант 1 (рис. 2.2.1.) Задані: $u(t) = U_m \sin(\omega t - \psi_U)$; повний опір двополюсника Z ; модуль зсуву фаз $|\varphi|_{u \rightarrow i}$; $C_2 = NC_1$.

Визначити $i(t)$; Z_{AB} ; R ; C_2 ; φ між напругою U_{AB} та струмом i .

Варіант 2 (рис.2.2.2). Задані: C_1 ; C_2 ; R ; $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$.

Визначити: $u(t)$; $u_1(t)$; $u_2(t)$; $\varphi_{u \rightarrow i}$; повний опір двополюсника Z .

Варіант 3 (рис.2.2.3).Задані: $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$; Z ; $\varphi_{U \rightarrow i}$; $L = NL_K$.

Визначити: $i(t)$; Z_K ; R_K ; L ; $\varphi_{U_1 \rightarrow i}$.

Варіант 4 (рис.2.2.3). Задані: L_K ; L ; R_K ; $i = I_m \sin(\omega t - \psi_i)$.

Визначити: $u(t)$; $u_1(t)$; $u_2(t)$; Z ; $\varphi_{u \rightarrow i}$.

Варіант 5 (рис.2.2.4). Задані: Z ; $L_2 = NL_1$; $u = U_m \sin(\omega t - \psi_u)$.

Визначити: $i(t)$; Z_{AB} ; C ; $\varphi_{U \rightarrow I}$; $\varphi_{U \rightarrow I}$.

Варіант 6 (рис 2.2.4). Задані: L_1 ; L_2 ; C_2 ; $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_I)$.

Визначити: $u(t)$; $u_1(t)$; $u_2(t)$; $\varphi_{u \rightarrow i}$; Z .

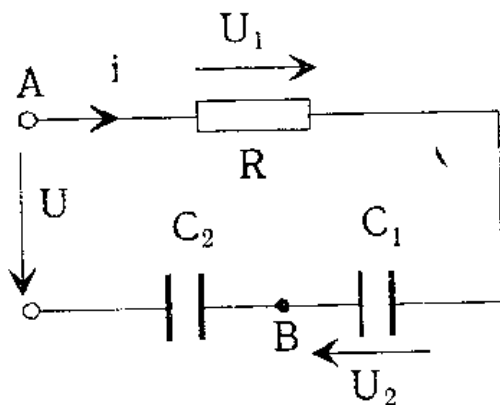


Рис.2.2.1

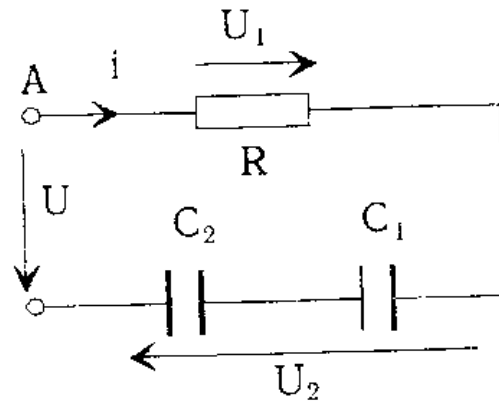


Рис.2.2.2

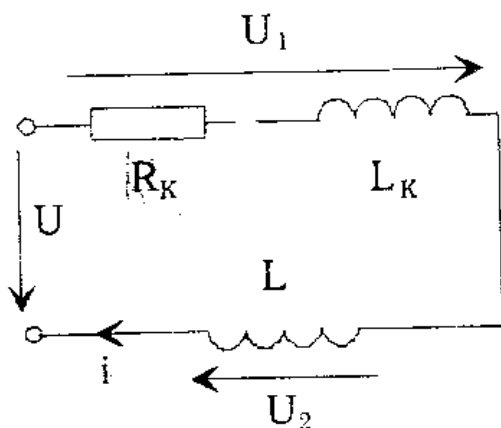


Рис.2.2.3

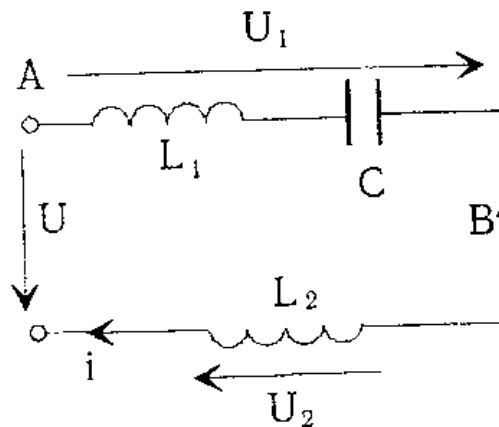


Рис.2.2.4

3. Розрахунок розгалуджених кіл змінного струму з двома вузлами.

При розрахунках розгалуджених кіл змінного струму з двома вузлами використовують закон Ома, перший закон Кірхгофа, а також поняття про енергетичні процеси в колах змінного струму.

Якщо на затискачах кола миттєве значення напруги $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, що викликає струм $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, то миттєве значення потужності

$$P = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i) \quad (2.28)$$

де U і I - ефективні значення напруги і струму, $\varphi = \psi_u - \psi_i$ - зсув за фазою між напругою та струмом.

Активна потужність, що поглинається активним опором кола

$$P_a = UI \cos \varphi \quad (2.29)$$

і вимірюється у ватах (Вт).

Реактивна потужність, що обумовлена реактивними елементами кола

$$Q = UI \sin \varphi \quad (2.30)$$

і вимірюється в вольтамперах реактивних (Var).

Повна потужність кола

$$S = UI \quad (2.31)$$

і вимірюється в вольтамперах (ВА).

Згідно з законом збереження енергії для будь-якого електричного кола зберігається закон балансу активних потужностей: активна потужність, яка генерується джерелом, дорівнює активній потужності, яка споживається всіма приймачами:

$$\sum P_{ist} = \sum P_{pr} \quad (2.32)$$

Знаки потужностей джерел визначаються за правилом: потужність позитивна при збіганні напрямків ЕРС і струму, що проходить через джерело, і від'ємна при зустрічному напрямку.

Закону балансу задовольняє і реактивна потужність: сума всіх реактивних потужностей, які віддаються, дорівнює сумі реактивних потужностей, що споживаються:

$$\sum Q_{ist} = \sum Q_{pr} \quad (2.33)$$

При складанні балансу потужностей слід пам'ятати, що активні потужності складаються арифметично, а реактивні - алгебраїчно. Закон

збереження не розповсюджується на повні потужності.

Приклад 2.3.

Для електричного кола (рис.2.5-П)
 задані: $I = 0.9$ А; $y_1 = 0.2$ См; $y_2 = 0.02$ См;
 $y_3 = 0.5$ См; між напругою \dot{U}_{AB} і струмом
 \dot{I}_1 кут зсуву фаз $\varphi_1 = -30^\circ$. Кут зсуву фаз
 між напругою \dot{U}_{AB} і струмом \dot{I}_3 - $\varphi_3 = 60^\circ$.
 Визначити: R_1 ; R_2 ; R_3 ; X_C ; X_L ; E ; $\varphi_{E \rightarrow i}$; Z_{BX} .
 Скласти баланси потужностей.

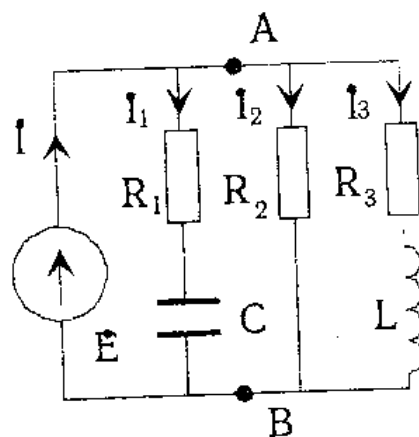


Рис.2.5 - П

Рішення.

Знайдемо комплексні опори.

$$\underline{Z} = Z_1 e^{j\varphi} = \frac{1}{y} e^{j\varphi} = \frac{1}{0.2} e^{-j30^\circ} = 5 [\cos(-30^\circ) + j\sin(-30^\circ)] =$$

$$5 \cdot 0.86 - j5 \cdot 0.5 = (4.3 - j2.5) \text{ Ом.}$$

$$R_1 = 4.3 \text{ Ом; } X_C = 2.5 \text{ Ом. } \underline{Z}_2 = R_2 = \frac{1}{y_2} = 1/0.02 = 50 \text{ Ом.}$$

$$\underline{Z}_3 = Z_3 e^{j\varphi_3} = \frac{1}{y_3} e^{j60^\circ} = \frac{1}{0.05} (\cos 60^\circ + j\sin 60^\circ) = (1 + j1.73) \text{ (Ом).}$$

$$R_3 = 1 \text{ Ом; } X_L = 1.73 \text{ Ом.}$$

Згідно закону Ома: $\dot{E} = \dot{I}/\underline{Y}$, де $\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3$;

$$\underline{Y}_1 = y_1 e^{-j\varphi} = 0.2 e^{j30^\circ} = (0.17 + j0.1) \text{ См, } \underline{Y}_2 = y_2 = 0.02 \text{ См;}$$

$$\underline{Y}_3 = y_3 e^{-j\varphi_3} = 0.5 e^{-j60^\circ} = (0.25 - j0.43) \text{ См.}$$

$$\underline{Y} = 0.17 + j0.1 + 0.02 + 0.25 - j0.43 = 0.44 - j0.33 = 0.55 e^{-j37^\circ}$$

$$\dot{E} = \dot{I}/\underline{Y} = 0.9 / 0.55 e^{-j37^\circ} = 1.6 e^{j37^\circ} \text{ В. } \varphi_{E \rightarrow \dot{I}} = \psi_E - \psi_{\dot{I}} = 37^\circ - 0^\circ = 37^\circ.$$

$$\underline{Z}_{BX} = \dot{E}/\dot{I} = 1.6 e^{j37^\circ} / 0.9 = 1.8 e^{j37^\circ} \text{ Ом.}$$

Баланс активних потужностей:

$$P_{\text{ist}} = P_1 + P_2 + P_3; \quad P_{\text{ist}} = E I \cos \varphi = 0.9 \cdot 1.6 \cos 37^\circ = 1.15 \text{ Bm.}$$

$$P_1 = I_1^2 R_1 = (E y_1)^2 \cdot R_1 = (1.6 \cdot 0.2)^2 \cdot 4.3 = 0.44 \text{ Bm};$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = (E/R_2)^2 \cdot R_2 = E^2/R_2 = (1.6)^2/50 = 0.05 \text{ Bm};$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 = (E y_3)^2 \cdot R_3 = (1.6 \cdot 0.5)^2 \cdot 1 = 0.64 \text{ Bm};$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 0.44 + 0.05 + 0.64 = 1.13 \text{ Bm.} \quad 1.15 \approx 1.13.$$

Баланс реактивних потужностей:

$$Q_{\text{ist}} = Q_1 + Q_2 + Q_3. \quad Q_{\text{ist}} = E I \sin \varphi = 1.6 \cdot 0.9 \cdot \sin 37^\circ = 0.86 \text{ BAp.}$$

$$Q_1 = E I_1 \sin \varphi_1 = E^2 y_1 \sin(-30^\circ) = -0.25 \text{ BAp.} \quad Q_2 = E I_2 \sin \varphi_2 = 0, (\varphi_2 = 0).$$

$$Q_3 = E I_3 \sin \varphi_3 = E^2 y_3 \sin(60^\circ) = 1.1 \text{ BAp.}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = -0.25 + 0 + 1.1 = 0.85 \text{ BAp.} \quad 0.86 \approx 0.85.$$

Задача 2.3.

Для електричного кола (рис.2.3.1)

задані:

$$U(\text{В}); S_1(\text{ВА}); S_2(\text{ВА}); S_3(\text{ВА}); \varphi_{\dot{U} \rightarrow \dot{I}_2}.$$

Визначити: $Z_1; Z_2; Z_3; I; Z_{\text{ВХ}}; \varphi_{\dot{U} \rightarrow \dot{I}};$

активні і реактивні потужності.

Перевірити баланс активних і

реактивних потужностей.

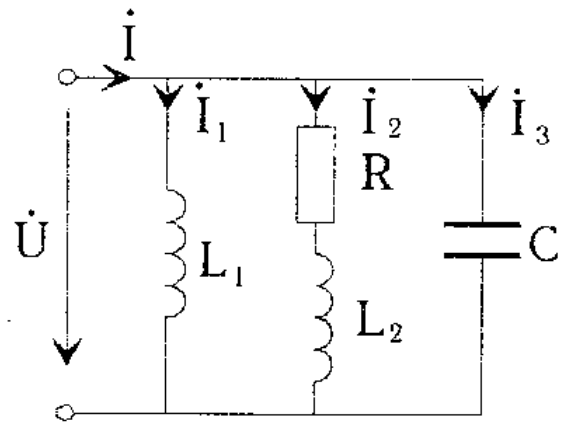


Рис.2.3.1

Методи розрахунків складних електричних кіл.

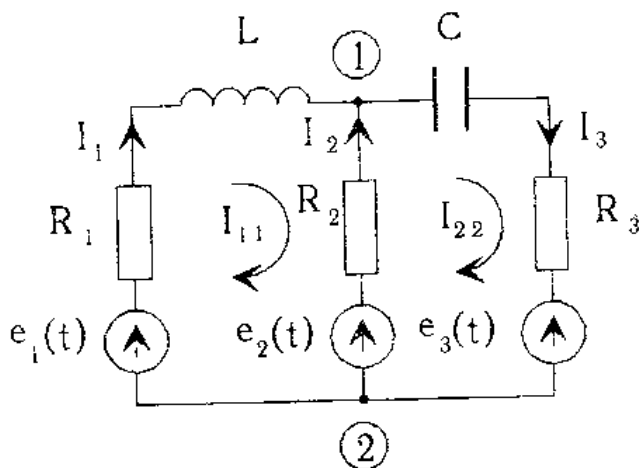
1.Метод контурних струмів.

Схема розбивається на число $k = n - \alpha + 1$ взаємно незалежних контурів, де n і α - кількість віток і вузлів схеми. Приймають, що в кожному контурі встановлюється власний контурний струм, незмінний уздовж усього контуру. Перший закон Кірхгофа виконується автоматично, а тому записують для контурів тільки рівняння, складені за другим законом Кірхгофа. Отримують k рівнянь по відношенню до k невідомих контурних струмів. Дійсні струми у вітках знаходять як алгебраїчну суму контурних струмів, що проходять через відповідні вітки.

Напрямки контурних струмів обираються довільно, а напрямки обходу контурів - такими ж, як і напрямки струмів.

Приклад 3.1.

Для схеми на рис.3.1-П знайти струм у вітках методом контурних струмів, якщо задані:



струмів, якщо задані:

$$e_1(t) = 10 \sin 10^3 t;$$

$$e_2(t) = 20 \sin 10^3 t;$$

$$e_3(t) = 5 \sin 10^3 t; R_1 = 2 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 4 \text{ Ом}; R_3 = 3 \text{ Ом};$$

$$L = 4 \text{ мГн}; C = 100 \text{ мкФ}.$$

Рішення.

Рис.3.1-П

Підраховуємо число віток і вузлів схеми: $n = 3$; $\alpha = 2$. Число незалежних контурів: $k = n - \alpha + 1 = 3 - 2 + 1 = 2$. Вибираємо довільні напрямки дійсних струмів у вітках і контурних струмів у двох незалежних контурах (рис.3.1-П). Складаємо рівняння на підставі другого закону Кірхгофа для вибраних контурів:

$$(R_1 + R_2 + j\omega L)\dot{I}_{11} - R_2\dot{I}_{22} = \dot{E}_{11} - \dot{E}_{22}$$

$$-R_2\dot{I}_{11} + (R_2 + R_3 + 1/j\omega C)\dot{I}_{22} = \dot{E}_{22} - \dot{E}_{33}$$

Підставляємо числові значення:

$$(6 + j4)\dot{I}_{11} - 4\dot{I}_{22} = -10$$

$$-4\dot{I}_{11} + (7 - j10)\dot{I}_{22} = 15$$

Рішаємо цю систему рівнянь по відношенню до контурних струмів:

$$\dot{I}_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \begin{vmatrix} -10 & -4 \\ 15 & 7 - j10 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 6 + j4 & -4 \\ -4 & 7 - j10 \end{vmatrix} = (-0.71 + j1.17) \text{ A},$$

$$\dot{I}_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \begin{vmatrix} 6 + j4 & -10 \\ 4 & 15 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 6 + j4 & -4 \\ -4 & 7 - j10 \end{vmatrix} = (1.23 + j1.5) \text{ A}.$$

Дійсні струми у вітках знаходимо через контурні:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} = (-0.71 + j1.17) \text{ A}, \quad \dot{I}_3 = \dot{I}_{22} = (1.23 + j1.5) \text{ A},$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} = -0.71 + j1.17 - 1.23 - j1.5 = (-1.94 - j0.33) \text{ A}.$$

Знайдемо ефективні значення дійсних струмів у вітках:

$$I_1 = \frac{\sqrt{(-0.71)^2 + (1.17)^2}}{\sqrt{2}} = 0.97 \text{ A}, I_2 = \frac{\sqrt{(-1.94)^2 + (-0.33)^2}}{\sqrt{2}} = 1.39 \text{ A},$$

$$I_3 = \frac{\sqrt{(1.23)^2 + (1.5)^2}}{\sqrt{2}} = 1.37 \text{ A}.$$

Задача 3.1.

Для схеми (рис.3.1) знайти струми у вітках методом контурних струмів, якщо задані:

$$e_1(t) = E_{m1} \sin \omega t;$$

$$e_2(t) = E_{m2} \sin \omega t;$$

$$R_1, R_2, R_3, C_1, C_2, L.$$

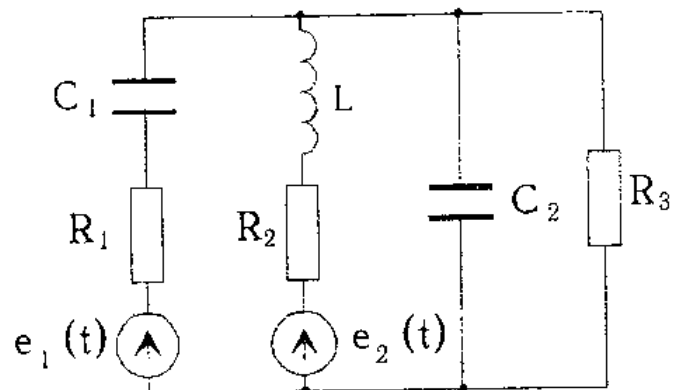


Рис.3.1

2.Метод вузлових потенціалів.

Цей метод базується на першому законі Кірхгофа і законі Ома. Якщо коло утримує α вузлів, то на підставі першого закону Кірхгофа можна записати $\alpha - 1$ число взаємно незалежних рівнянь. Потенціал α -го вузла приймають рівним нулю (заземляють). Це завжди можна зробити, оскільки струми у вітках залежать від різниці потенціалів, а не від їх абсолютних величин. Виразивши струми через потенціали вузлів за законом Ома, отримують систему рівнянь по відношенню до невідомих потенціалів вузлів. Визначивши потенціали вузлів, знаходять струми у вітках.

Приклад 3.2. Визначити струми у вітках методом вузлових потенціалів, якщо задані (рис.3.2-П): $e(t) = 5 \cdot \sin 10^4 t \text{ В}$; $J(t) = 4 \sin 10^4 t$; $R_1 = 2 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 4 \text{ Ом}$; $R_4 = 100 \text{ Ом}$; $R_5 = 6 \text{ Ом}$; $L = 5 \text{ мГн}$; $C = 40 \text{ мкФ}$.

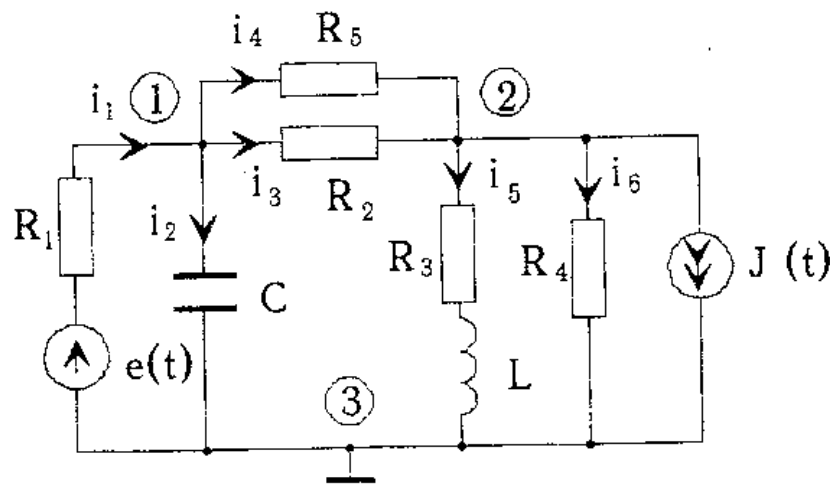


Рис.3.2.-П

Рішення. Схема утримує $p=6$ віток і $\alpha=3$ вузлів. Вузол 3 заземлено. Невідомими будуть потенціали вузлів 1 і 2 - ϕ_1 , ϕ_2 . Вибираємо довільні напрямки струмів у вітках і згідно методу вузлових потенціалів отримаємо такі рівняння:

$$Y_{11} \phi_1 - Y_{12} \phi_2 = \dot{I}_{11}$$

$$-Y_{21} \phi_1 + Y_{22} \phi_2 = \dot{I}_{22}$$

$$\text{де } Y_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} + j\omega C; \quad Y_{22} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_3 + j\omega L}$$

- сума провідностей віток, що сходяться до вузлів 1 і 2 відповідно;

$Y_{12} = Y_{21} = 1/R_2 + 1/R_5$ - сума провідностей віток між вузлами 1 і 2;

$I_{11} = \dot{E}/R_1$, $I_{22} = -J$ - вузлові струми, що визначаються як алгебраїчна сума активних віток, які сходяться до вузлів 1 і 2 відповідно.

Підставимо числові значення коефіцієнтів у рівняння:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{6} + j10^4 \cdot 4 \cdot 10^{-5}\right)\phi_1 - \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{6}\right)\phi_2 = \frac{5}{2};$$

$$-\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{6}\right)\phi_1 + \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4 + j10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}\right)\phi_2 = -4.$$

$$(0.76 + j0.4)\phi_1 - 0.27\phi_2 = 2.5, \quad -0.27\phi_1 + (0.278 - j0.0198)\phi_2 = -4.$$

Рішаємо рівняння по відношенню до ϕ_1 і ϕ_2 :

$$\phi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 2.5 & -0.27 \\ -4 & 0.278 - j0.019 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0.76 + j0.4 & -0.27 \\ -0.27 & 0.278 - j0.019 \end{vmatrix}} = (-1.996 + j0.973)B,$$

$$\phi_2 = \frac{2.5 - (0.76 + j0.4) \cdot (-1.996 + j0.973)}{0.27} = (16.32 + j0.058) B.$$

Струми у вітках знаходимо за законом Ома:

$$I_1 = \frac{-\phi_1 + \dot{E}}{R_1} = \frac{-1.996 + j0.973 + 5}{2} = (1.5 + j0.486) A,$$

$$I_2 = \frac{\phi_1}{-jX_C} = \frac{-1.996 + j0.973}{-j/10^4 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = (-0.389 - j0.798) A,$$

$$I_3 = \frac{\phi_1 - \phi_2}{R_2} = \frac{-1.996 + j0.973 - 16.32 - j0.058}{10} = (1.831 + j0.091) A,$$

$$I_4 = \frac{\phi_1 - \phi_2}{R_5} = \frac{-18.316 + j0.915}{6} = (-3.052 + j0.152) A,$$

$$I_5 = \frac{\phi_2}{R_3 + j\omega L} = \frac{16.32 + j0.058}{4 + j10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = (0.027 - j0.324) A,$$

$$\dot{I}_6 = \frac{\dot{\Phi}_2}{R_4} = \frac{16.32 + j0.058}{100} = (0.163 + j0.00058) \text{ A}.$$

Ефективні значення струмів у вітках:

$$I_1 = \frac{\sqrt{(1.5)^2 + (-0.798)^2}}{\sqrt{2}} = 1.76 \text{ A}; I_2 = \frac{\sqrt{(-1.83)^2 + (0.091)^2}}{\sqrt{2}} = 0.88 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\sqrt{(-1.83)^2 + (0.091)^2}}{\sqrt{2}} = 1.35 \text{ A}; I_4 = \frac{\sqrt{(-3.052)^2 + (0.152)^2}}{\sqrt{2}} = 2.17 \text{ A};$$

$$I_5 = \frac{\sqrt{(0.027)^2 + (-0.324)^2}}{\sqrt{2}} = 0.23 \text{ A}; I_6 = \frac{\sqrt{(0.163)^2 + (5.8 \cdot 10^{-4})^2}}{\sqrt{2}} = 0.18 \text{ A}.$$

Задача 3.2.

Знайти струми у вітках схеми задачі 3.1 (Рис.3.1) методом вузлових потенціалів. Співставити (у вигляді таблиці) результати обчислень методами вузлових потенціалів і контурних струмів.

3.Метод еквівалентного генератора.

В основі метода еквівалентного генератора лежить теорема про активний двополюсник. Активний двополюсник можна замінити еквівалентним генератором, ЕРС якого дорівнює напрузі холостого ходу на затискачах двополюсника \dot{U}_X , а внутрішній опір дорівнює вхідному опору того ж двополюсника Z_{BX} , але із схеми якого удалені всі джерела енергії, ала їх внутрішні опори зберігаються. Таким чином, складну розгалуджену схему розглядають як активний двополюсник по відношенню до вітки із шуканим струмом \dot{I} , який визначається за формулою:

$$\dot{I} = \dot{U}_X / (Z + Z_{BX}).$$

Приклад 3.3. В колі (рис.3.3-П,а) задані: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = (50 + j30) \text{ Ом}$, $\underline{Z}_3 = 100 \text{ Ом}$, $\dot{E}_1 = 100 \text{ В}$, $\dot{E}_2 = 100e^{-j30^\circ} \text{ В}$. Визначити струм у вітці з опором \underline{Z}_2 методом еквівалентного генератора.

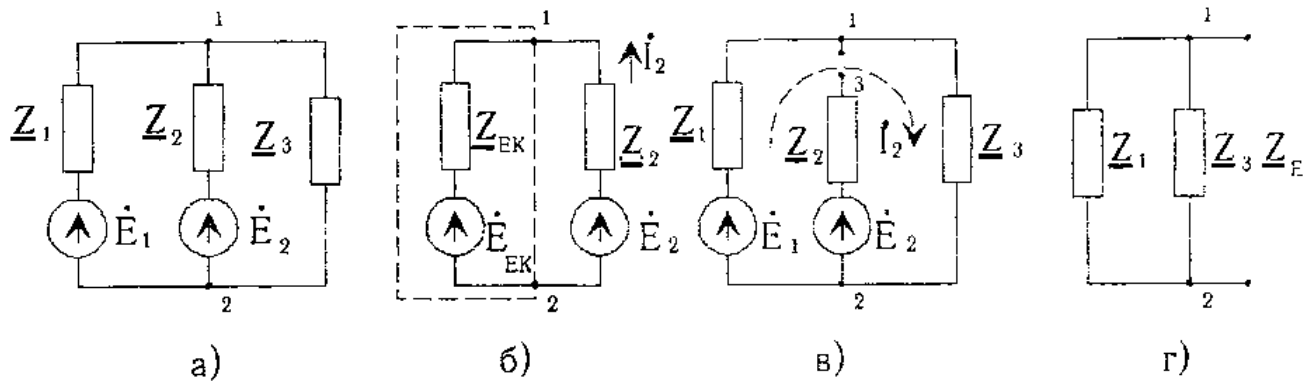


Рис.3.3.-П.

Рішення.

Для знаходження \dot{E}_{ek} відключимо вітку з опором \underline{Z}_2 (рис.3.3-П,в) і знайдемо напругу холостого ходу між точками 3 і 1:

$$\dot{I}' = \frac{\dot{E}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3}; \quad \dot{U}_{12} = \dot{I}' \underline{Z}_3 = \dot{E}_{ek} = \frac{\dot{E}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = (64.2 - j12.8) \text{ В.}$$

Внутрішній опір еквівалентного джерела енергії (рис.3.3-П,г)

$$\underline{Z}_{ek} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = \frac{(50 + j30)100}{150 + j30} = (35.9 + j12.8) \text{ Ом.}$$

Шуканий струм (рис.3.3-П,б)

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2 - \dot{E}_{ek}}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_{ek}} = \frac{43.5 \cdot e^{-j59^\circ}}{85.9 + j42.8} = \frac{43.5 \cdot e^{-j59^\circ}}{96 \cdot e^{j26^\circ 30'}} = 0.453e^{-j85^\circ 30'} \text{ А.}$$

Задача 3.3.

Для кожної із частин схем (рис.3.3,а,б,в) розташованої лівіше штрихованої лінії тп знайти ЕРС \dot{E}_{ek} еквівалентного джерела енергії і

його внутрішній опір Z_{ek} . Визначити струм I_n у вітці навантаження, розташованої правіше лінії mn . Частота ЕРС джерела живлення - f .

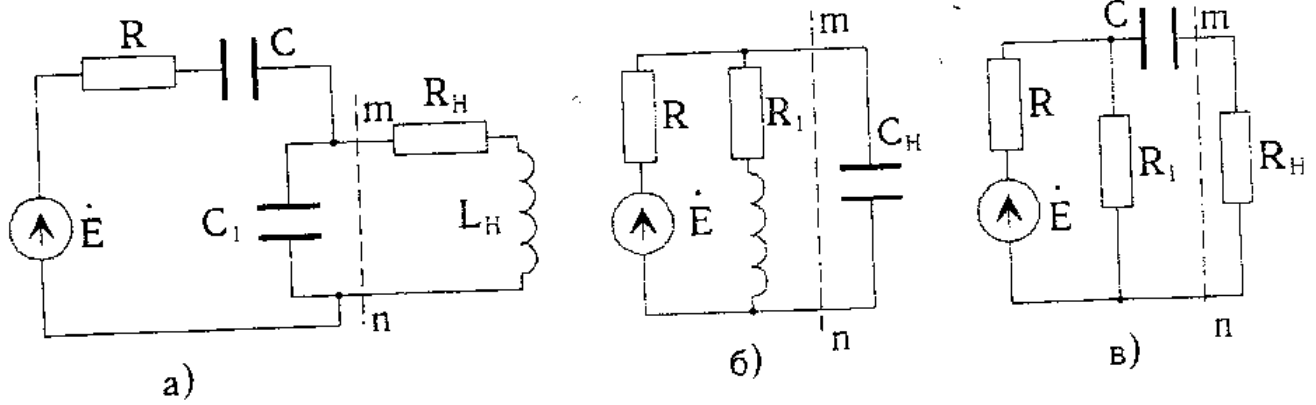


Рис.3.3.

Коливальні кола при гармонічному впливі.

1.Послідовний коливальний контур.

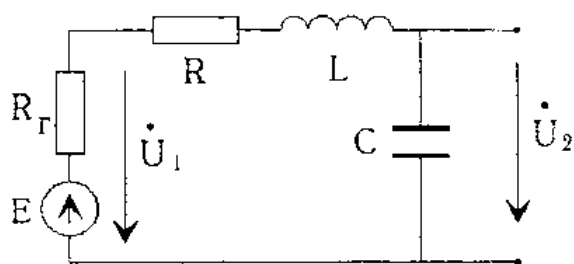


Рис.4.1.1-П

Послідовним коливальним контуром називають коло складене з котушки і конденсатора, сполучених послідовно відносно входних затискачів (рис.4.1.1-П). Нехай на вході контуру діє джерело синусоїдної напруги:

$u_1 = U_{m1} \sin \omega t$. Для визначення струму в колі складемо рівняння за другим законом Кірхгофа для комплексних амплітуд:

$$R \dot{I}_m + j\omega L \dot{I}_m - j \frac{1}{\omega C} \dot{I}_m = \dot{U}_{m1} \quad (4.1)$$

Звідси

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_{m1}}{R + j(\omega L - 1/\omega C)}, \quad (4.2)$$

а ефективне значення струму

$$I = \frac{U_1}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}. \quad (4.3)$$

Режим кола, при якому струм і напруга на вході кола співпадають за фазою, називається резонансом. З рівняння (4.2)

$$\varphi_{ВХ} = \arctg \left(\frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \right) \quad (4.4)$$

де $\varphi_{ВХ}$ - зсув по фазі між входною наругою \dot{U}_{m1} та струмом в колі \dot{I}_m .

Умова резонансу - $\varphi_{ВХ} = 0$, тобто $\omega L - 1/\omega C = 0$. Звідси резонансна частота

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}; \quad f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}. \quad (4.5)$$

Характеристичним опором контура називають модуль опору кожного реактивного елемента на резонансній частоті:

$$\rho = X_{L0} = \omega_0 L = X_{C0} = 1/\omega_0 C = \sqrt{L/C} \quad (4.6)$$

На резонансній частоті напруга на котушці і конденсаторі дорівнює $U_{L0} = U_{C0} = U_{20}$, а струм сягає максимального значення $I_p = U_1/R$. Відношення напруги на котушці і конденсаторі до напруги, що прикладена до кола на резонансній частоті, називається добротністю контура:

$$Q = U_{20}/U_1 = \rho/R \quad (4.7)$$

Таким чином напруга на виході контура при резонансній частоті в Q раз більша напруги на вході кола: $U_{20} = Q U_1$. Згасання є величина обернена добротності:

$$d = 1/Q = R/\rho. \quad (4.8)$$

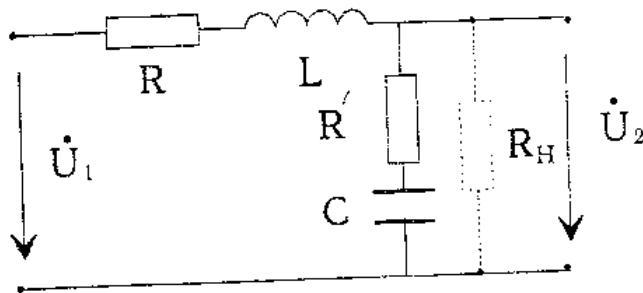


Рис.4.1.2-П

Якщо до вихідних затисків контуру увімкнути резистор R_N то в ньому буде розсіюватися енергія, внаслідок чого добротність контура зменшиться. Паралельне сполучення конденсатора і резистора можна

замінити послідовним включенням (рис.4.1.2-П), де $R' = \rho^2/R_N$.

Добротність навантаженого контуру

$$Q_{ЕК} = \rho / \left[R + \rho^2/R_N \right]. \quad (4.9)$$

Якщо частота джерела енергії ω співпадає з резонансною частотою контуру ω_0 , то такий контур настроєний у резонанс, якщо частота ω відрізняється від частоти ω_0 , то такий контур розстроєний. Абсолютною розстройкою є різниця між частотою генератора і резонансною частотою контуру: $\Delta f = f - f_0$, або $\Delta \omega = \omega - \omega_0$. Відносною розстройкою називають відношення $\varepsilon = \Delta f/f_0$. Узагальнена розстройка - $\xi = X/R \approx 2\Delta f Q/f_0$.

Характер залежності струму від частоти показує, що послідовному коливальному контуру притаманні вибірккові властивості, тобто контур відгукнується на сигнали, частоти яких близькі до резонансної (рис.4.1.3-П).

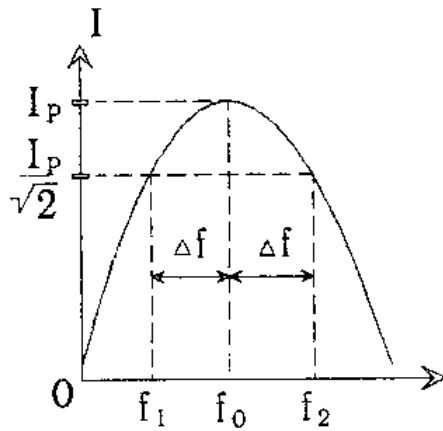


Рис.4.1.3-П

Граничними називають частоти f_1 і f_2 на яких діюче значення струму зменшується у $\sqrt{2}$ рази у порівнянні з його значенням на резонансній частоті (рис.4.1.3-П). Діапазон частот від f_2 до f_1 називають абсолютною шириною смуги прозорості контуру:

$$\Pi = 2\Delta f = f_0/Q. \quad (4.10)$$

За незалежну змінну частоти часто використовують узагальнену розстройку ξ , а вхідні і передаточні характеристики будують у відносних координатах: $I/I_p = 1/\sqrt{1+\xi^2}$;

$$Z/R = \sqrt{1+\xi^2}; \quad \varphi_{ВХ} = \arctg \xi; \quad U_C/U_{C0} = 1/\sqrt{1+\xi^2};$$

$$\varphi_{U1 \rightarrow U2} = -(\arctg \xi + \pi/2).$$

Приклад 4.1.

До послідовного контуру (рис.4.1.1-П) підведена синусоїдна напруга величиною $U_1=1$ В. Контур настроєний на частоту $f_0 = 3$ мГц. Ємність контура $C=60$ пф, а опір $R=20$ Ом. Визначити слідуючі величини при розстройці $\Delta f = 6$ кГц: 1) амплітуду струму в контурі; 2) реактивний опір; 3) амплітуду вихідної напруги (на конденсаторі); 4) фазові кути $\varphi_{U_2 \rightarrow U_1}$ і $\varphi_{U_1 \rightarrow I}$; 5) відносну похибку, здійснену при користуванні наближеними формулами; 6) побудувати векторну діаграму.

Рішення.

Узагальнена розстройка ξ , що відповідає заданій розстройці Δf :

$$\xi = \frac{X}{R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \approx \frac{2\pi \Delta f}{R} \cdot \frac{2}{4\pi^2 f_0^2 C} =$$

$$= \frac{2\pi \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 2}{20 \cdot 4\pi^2 (3 \cdot 10^6)^2 \cdot 60 \cdot 10^{-12}} = 0.177.$$

Повний опір контура - $Z = R\sqrt{1 + \xi^2} = 20\sqrt{1 + (0.177)^2} = 20.4 \text{ Ом.}$

Ефективна амплітуда струму в контурі - $I = U_1 / Z = 1 / 20.4 = 0.049 \text{ А.}$

Реактивний опір - $X = \xi R = 0.177 \cdot 20 = 3.54 \text{ Ом.}$ Реактивний опір носить індуктивний характер.

Добротність контура - $Q = \frac{\rho}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{10^{12}}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 60 \cdot 20} \approx 44.2$

Амплітуда вихідної напруги:

$$\frac{U_2}{U_{2p}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \Rightarrow U_2 = \frac{U_{2p}}{\sqrt{1 + \xi^2}} = \frac{U_1 \cdot Q}{\sqrt{1 + \xi^2}} = \frac{1 \cdot 44.2}{\sqrt{1 + (0.177)^2}} = 43 \text{ В.}$$

Фазові кути: $\varphi_{\dot{U}_1 \rightarrow i} = \arctg \xi = \arctg 0.177 \approx 10^0;$

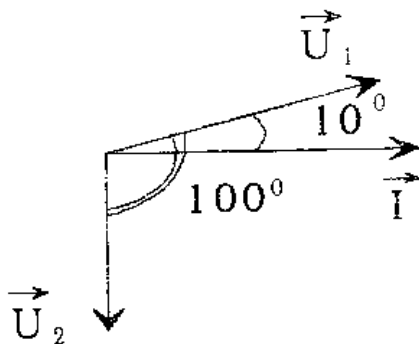


Рис. 4.1.4-П

$$\varphi_{\dot{U}_2 \rightarrow \dot{U}_1} = -\frac{\pi}{2} - \arctg \xi =$$

$$= -90^0 - 10^0 = -100^0. \text{ Відносна похибка -}$$

$$|\delta| = \Delta I / 2 f_0 = 6 \cdot 10^3 / 2 \cdot 3 \cdot 10^6 = 10^{-3} = 0.1 \%$$

Векторна діаграма - рис. 4.1.4-П.

Задача 4.1

Загальні умови для всіх варіантів.

Розрахувати за даними, що приведені в таблиці для окремих варіантів, слідуючі величини: 1) амплітуду струму в контурі; 2) реактивний опір; 3) амплітуду напруги на конденсаторі; 4) фазові кути $\varphi_{\dot{U}_2 \rightarrow \dot{U}_1}$.

$\varphi_{\dot{U}_1 \rightarrow \dot{I}}$; 5) відносну похибку, здійснену при користуванні наближеними формулами; 6) побудувати векторну діаграму; 7) привести принципіальну схему контура. Результати обчислень звести в таблицю.

2. Паралельний коливальний контур.

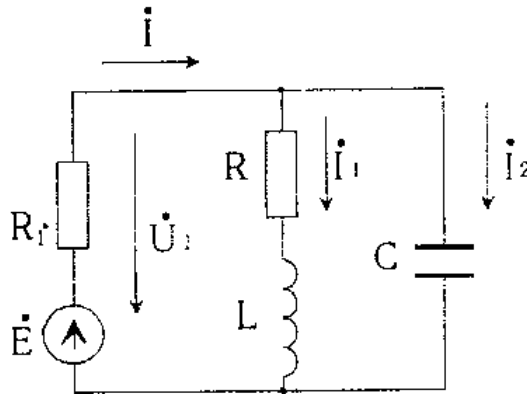


Рис.4.2-П

Електричне коло з паралельно сполученими котушкою і конденсатором називають простим паралельним контуром (рис.4.2-П). Напруга на контурі $\dot{U}_K = \dot{E} - R_i \dot{I}$, де R_i - внутрішній опір джерела живлення.

Струми у вітках:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_K}{R + j\omega L} = \frac{\dot{U}_K}{Z_1^2} R - j \frac{\dot{U}_K}{Z_1^2} \omega L, \quad (4.11)$$

$$\dot{I}_2 = j\omega C \dot{U}_K, \quad (4.12)$$

а струм у зовнішньому колі

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{U}_K \left(R / Z_1^2 \right) + j \dot{U}_K \left(\omega C - \omega L / Z_1^2 \right). \quad (4.13)$$

Тут $Z_1 = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ - модуль повного опору індуктивної вітки.

Провідність контура

$$Y_K = \dot{I} / \dot{U}_K = R / Z_1^2 + j \left(\omega C - \omega L / Z_1^2 \right) \quad (4.14)$$

Зсув за фазою між струмом \dot{I} і напругою \dot{U}_K

$$\varphi = \arctg \left(\omega C - \omega L / Z_1^2 \right) / \left(R / Z_1^2 \right) \quad (4.15)$$

Під резонансом розуміють такий режим кола, при якому загальний струм \dot{I} співпадає за фазою з напругою \dot{U}_K : $\varphi = 0$, тобто

$$\omega C - \omega L / Z_1^2 = 0 \quad (4.16)$$

Рішення рівняння (4.16) дає резонансну частоту паралельного контура - $\omega_p = \omega_0 \sqrt{1 - d^2}$ (тут - $\omega_0 = 1 / \sqrt{LC}$; $d = R / \rho$; $\rho = \sqrt{L/C}$).

Для контурів що використовуються в радіотехніці справедлива нерівність $d \ll 1$, а тому при практичних розрахунках можна покласти $\omega_p \cong \omega_0$. Опір контура на резонансній частоті

$$R_{KP} = 1/Y_{KP} = \rho^2 / R = \rho Q \quad (4.17)$$

де $Q = \rho / R$ - власна добротність контура.

На резонансній частоті $I_{1P} / I = I_{2P} / I = Q$, тобто реактивні складові струмів у вітках за амплітудою в Q раз перевищують струм у зовнішньому колі.

На добротність контура впливає внутрішній опір генератора R_i . Еквівалентна добротність контура

$$Q_{EK} = Q / (1 + R_{KP} / R_i) \quad (4.18)$$

Якщо контур живити джерелом струму, то напруга на контурі $U_K = U_{KP} / \sqrt{1 + \xi^2}$, де $U_{KP} = R_{KP} I$ - напруга на контурі при резонансі, а $\xi = 2Q\Delta f / f_0$ узагальнена розстройка контура.

Приклад 4.2. Простий паралельний контур увімкнений до джерела ЕРС з внутрішнім опором $R_i = 100$ кОм і настроєний на довжину хвилі $\lambda_0 = 2000$ м. Коливальна потужність в контурі $P_K = 50$ мВт, індуктивність контура $L = 1.5$ мГн, опір втрат $R = 20$ Ом. Визначити амплітуду напруги на контурі, амплітуду ЕРС джерела та смугу прозорості контура $2\Delta f$.

Рішення.

$$1. \quad 2\Delta f = d f_0 (1 + R_{KP} / R_i); \quad f_0 = \frac{c_0}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^3} = 1.5 \cdot 10^5 \text{ Гц};$$

$$\rho = 2 \pi f_0 L = 6.28 \cdot 1.5 \cdot 10^5 \cdot 1.5 \cdot 10^3 = 1413 \text{ Ом}; d = R / \rho = 20 / 1413 = 0.014;$$

$$R_{\text{кр}} = \rho^2 / R = (1413)^2 / 20 \approx 100 \text{ кОм};$$

$$2\Delta f = 0.014 \cdot 1.5 \cdot 10^5 \left(1 + 10^5 / 10^5\right) = 4.2 \text{ кГц}.$$

$$2. U_m = I_m R_{\text{кр}}; P_K = \frac{I_m^2 R_{\text{кр}}}{2} \Rightarrow I_m = \sqrt{\frac{2P_K}{R_{\text{кр}}}} = 10^{-3} \text{ А}.$$

$$U_m = 10^{-3} \cdot 10^5 = 100 \text{ В}.$$

$$3. E_m = I_m R_i + U_m = 10^{-3} \cdot 10^5 + 100 = 200 \text{ В}.$$

Задача 4.2.

Для простого паралельного контура (рис.4.2-П) провести розрахунки згідно варіантів завдань за даними, приведеними в таблиці. Знаходженню підлягають величини зі знаком запитання. Побудувати векторну діаграму на резонансній частоті.

Вказівка. Векторна діаграма будується згідно рівняння (4.13).

3.3 зв'язані контури

Сукупність двох або більше контурів, увімкнених таким чином, щоб електромагнітні коливання з одного контура передавались в інший, називається зв'язаними контурами. Контур, коливання в якому збуджується зовнішнім джерелом, називають первинним, а той, в який

передається частина енергії з первинного контуру - вторинним.

Контури можуть бути зв'язані між собою різними способами. Найбільш поширена двохконтурна схема з трансформаторним зв'язком (рис.4.3.1-П). Електромагнітна енергія з

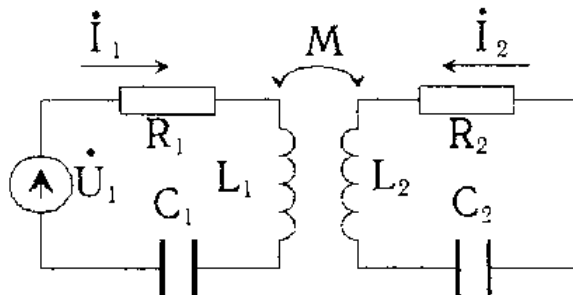


Рис.4.3.1-П.

первинного контуру у вторинний передається за допомогою магнітного поля.

Кількісно ступінь зв'язку між контурами оцінюється коефіцієнтом зв'язку

$$K_{3B} = M / \sqrt{L_1 L_2} \quad (4.19)$$

де M - коефіцієнт взаємної індукції, L_1 , L_2 - індуктивності котушок контурів. Величина K_{3B} може змінюватись в межах від нуля до одиниці.

В свою чергу протікання струму у вторинному контурі впливає на процеси в первинному контурі, що оцінюється величиною внесених активного та реактивного опорів:

$$R_{BH1} = (\omega M)^2 R_2 / (R_2^2 + X_2^2) \quad (4.20)$$

$$X_{BH1} = -(\omega M)^2 X_2 / (R_2^2 + X_2^2) \quad (4.21)$$

де R_2 і $X_2 = \omega L_2 - 1/\omega C_2$ - активний і реактивний опори вторинного контура. Внесений активний опір R_{BH1} враховує енергію, що поглинається активним опором вторинного контура. Внесений реактивний опір X_{BH1} зв'язаний з тим, що струм I_2 наводить ЕРС взаємоіндукції в первинному контурі, фаза якої залежить від характеру опору вторинного контура. Внесений реактивний опір завжди протилежний за знаком знаку власного опору вторинного контура X_2 .

Для передачі максимальної потужності добиваються найбільшого значення струму у вторинному контурі шляхом знаходження оптимальних значень реактивних параметрів системи. З цією метою зв'язані контури настроюють в повний резонанс при послабленому зв'язку між контурами. Їх настроюють (кожний окремо) на одну і ту ж частоту. Подальше збільшення струму I_2 досягається при оптимальному коефіцієнті зв'язку:

$$K_{3B.ОПТ} = \sqrt{d_1 d_2} = d \text{ (при рівності згасання контурів).}$$

Якщо після настройки системи в повний резонанс підсилити зв'язок, то зростуть внесені втрати і струм I_2 зменшиться. Тепер $R_{ВН1} > R_1$ і найбільша потужність у вторинному контурі не виділиться. Проте знову можна досягти виділення найбільшої потужності, якщо дещо розстроїти вторинний контур. У цьому випадку зростає реактивний опір X_2 , що зменшує внесений активний опір $R_{ВН1}$ і тому знову можна досягти рівності $R_{ВН1} = R_1$, але на частотах більших або менших за резонансну. Ці частоти називають частотами зв'язку, які визначаються за формулами:

$$f_1 = f_0 / \sqrt{1 + \sqrt{K_{ЗВ}^2 - d^2}}; f_2 = f_0 / \sqrt{1 - \sqrt{K_{ЗВ}^2 - d^2}}. \quad (4.22)$$

Максимум струму I_2 на частотах зв'язку f_1 і f_2 відповідають випадкам, коли

- а) $X_1 - X_{ВН1} = 0$ - перший частинний резонанс;
- б) $X_2 - X_{ВН2} = 0$ - другий частинний резонанс.

Приклад 4.3.

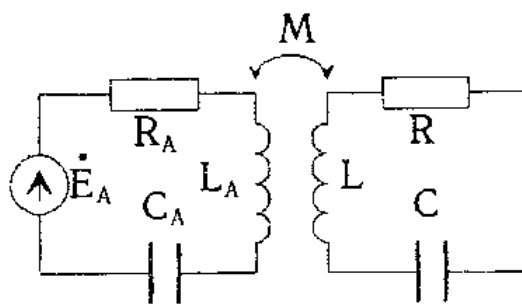


Рис.4.3.2-П

Приймальна антена, що подана еквівалентним контуром з параметрами R_A і X_A , індуктивно зв'язана з коливальним контуром приймача LCR . Частота коливань, що приймається, змінюється в межах від f_1 до f_2 . Знайти межу

зміни ємності контура C (C_1 і C_2), при яких забезпечується настройка системи на другий частинний резонанс, якщо задані: $f_1 = 0.6$ МГц; $f_2 = 0.64$ МГц; $R_A = 8$ Ом; $L = 400$ мкГн; $M = 20$ мкГн; та реактивні опори на цих частотах - $X_{A1} = -16$ Ом; $X_{A2} = -12$ Ом. Привести схему (рис.4.3.2-П).

Рішення.

Умова другого частинного резонансу: $X_2 - X_{ВН2} = 0$.

Для випадку коли $X_1 = X_{A1}$:

$$X_2 - X_{3B}^2 \cdot X_1 / Z_1^2 = 0; \quad X_2 = \omega_1 L - 1/\omega_1 C_1; \quad X_{3B}^2 = (\omega_1 M)^2;$$

$$Z_1^2 = R_A^2 + X_{A1}^2; \quad \omega_1 = 2\pi f_1 = 6.28 \cdot 6 \cdot 10^5 = 3.768 \cdot 10^6 \text{ рад./с};$$

$$\omega_1 L - 1/\omega_1 C_1 - (\omega_1 M)^2 \cdot X_{A1} / (R_A^2 + X_{A1}^2) = 0;$$

$$3.768 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-4} - 1/3.768 \cdot 10^6 \cdot C_1 + 14.197 \cdot 10^{12} \cdot 4 \cdot 10^{-10} / (64 + 256) = 0.$$

$$\underline{C_1 = 148 \text{ пф.}}$$

Для випадку коли $X_2 = X_{A2}$:

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 6.28 \cdot 0.64 \cdot 10^6 = 4.019 \cdot 10^6 \text{ рад/с};$$

$$\omega_2 L - 1/\omega_2 C_2 - (\omega_2 M)^2 \cdot X_{A2} / (R_A^2 + X_{A2}^2) = 0.$$

$$4.019 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-4} - 1/4.019 \cdot 10^6 C_2 + 16.153 \cdot 10^{12} \cdot 4 \cdot 10^{-10} \cdot 12 / (64 + 144) = 0$$

$$\underline{C_2 = 126.6 \text{ пф.}}$$

Задача 4.3.

Коливальний контур LCR індуктивно зв'язаний з передавальною антеною, що подається еквівалентним контуром з параметрами R_A і X_A . Частота генерації змінюється в межах від f_1 до f_2 , при цьому реактивний опір антени змінюється в межах від X_{A1} до X_{A2} . Визначити значення ємності чи індуктивності першого контура C_1 і C_2 або L_1 і L_2 , при яких забезпечується настройка зв'язаної системи на перший частинний резонанс. Привести схему.

Лінійні чотириполюсники.

1. Визначення коефіцієнтів різних форм рівнянь пасивних чотириполюсників.

В різних областях електротехніки часто зустрічаються пристрої з двома парами затискачів, з допомогою яких вони з'єднуються з іншими ділянками електричного кола, тобто чотириполюсники.

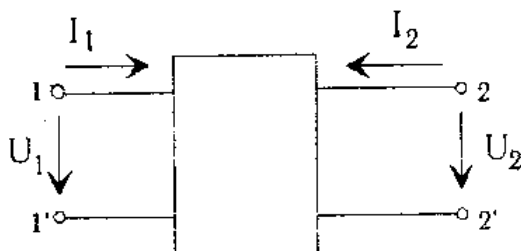


Рис. 5.1.1-П

Умовне зображення чотириполюсника показано на рис. 5.1.1-П. Одну пару із чотирьох затискачів називають вхідними (або первинними) а іншу - вихідними (або вторинними) (відповідно 1 - 1' та 2 - 2').

Для розрахунку режиму виберемо за додатні напрямки напруг та струмів так звані зустрічні напрямки вхідного та вихідного струмів (рис. 5.1.1-П).¹

Зв'язок між вхідними та вихідними напругами та струмами \dot{U}_1 та \dot{I}_1 , \dot{U}_2 та \dot{I}_2 лінійного активного та пасивного чотириполюсників може бути поданий однією із слідуючих шести систем.

Система Y- параметрів:

$$\dot{I}_1 = \underline{Y}_{11}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{12}\dot{U}_2; \quad \dot{I}_2 = \underline{Y}_{21}\dot{U}_1 + \underline{Y}_{22}\dot{U}_2 \quad (5.1a)$$

Система Z- параметрів:

$$\dot{U}_1 = \underline{Z}_{11}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{12}\dot{I}_2; \quad \dot{U}_2 = \underline{Z}_{21}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{22}\dot{I}_2 \quad (5.1b)$$

Система H- параметрів:

$$\dot{U}_1 = \underline{H}_{11}\dot{I}_1 + \underline{H}_{12}\dot{U}_2; \quad \dot{I}_2 = \underline{H}_{21}\dot{I}_1 + \underline{H}_{22}\dot{U}_2 \quad (5.1b)$$

Система A- параметрів:

¹ В літературі використовуються різні варіанти вибору додатніх напрямків вхідного та вихідного струмів чотириполюсника. Крім згаданого використовуються і інші варіанти: варіант прямої передачі, при якому додатні напрямки вхідного та вихідного струмів вибирають направленими зліва направо; варіант зворотної передачі, при якому вхідний та вихідний струми вибирають направленими від затискачів 2-2' до затискачів 1-1'.

$$\dot{U}_1 = \underline{A}_{11}\dot{U}_2 - \underline{A}_{12}\dot{I}_2; \quad \dot{I}_1 = \underline{A}_{21}\dot{U}_2 - \underline{A}_{22}\dot{I}_2 \quad (5.1г)$$

Система G- параметрів:

$$\dot{I}_1 = \underline{G}_{11}\dot{U}_1 + \underline{G}_{12}\dot{I}_2; \quad \dot{U}_2 = \underline{G}_{21}\dot{U}_1 + \underline{G}_{22}\dot{I}_2 \quad (5.1д)$$

Система B- параметрів:

$$\dot{U}_2 = \underline{B}_{11}\dot{U}_1 - \underline{B}_{12}\dot{I}_1; \quad \dot{I}_2 = \underline{B}_{21}\dot{U}_1 - \underline{B}_{22}\dot{I}_1 \quad (5.1е)$$

Коефіцієнти при напругах та струмах в основних рівняннях чотириполюсника (5.1а -5.1е) називаються параметрами чотириполюсника.

Якщо відома внутрішня схема і параметри компонентів то параметри чотириполюсника можна визначити різними способами, зокрема:

1) На основі методів аналізу складних електричних кіл (метод рівнянь Кірхгофа, метод вузлових потенціалів, метод контурних струмів) система рівнянь подається в одній із шести форм.

2) По значенням напруг та струмів в режимах холостого ходу та короткого замикання.

3) Заміна складного чотириполюсника декількома чотириполюсниками простішої структури шляхом сполучення їх виводів з подальшим визначенням його параметрів згідно формул каскадного, послідовного, паралельного та паралельно-послідовного сполучень.

4) Еквівалентні перетворення (наприклад, шляхом перетворення трикутника опорів в еквівалентну зірку).

Приклад 5.1. Визначити Z-параметри активного чотириполюсника (Рис.5.1.2-П), якщо: $\underline{Z}_1 = 8 - j3$; $\underline{Z}_2 = 5 + j4$; $\underline{Z}_3 = 9 - j2$; $\dot{E} = (2 - j)\dot{I}_1$.

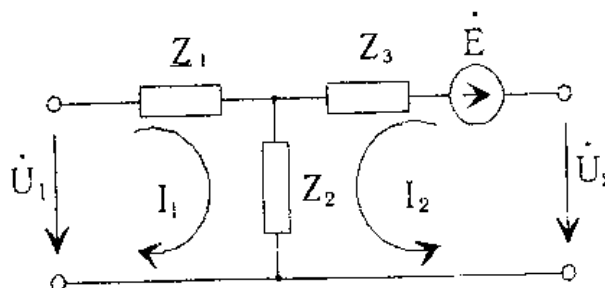


Рис.5.1.2-П

Рішення.

$$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2; \quad \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2$$

На підставі другого закону Кірхгофа:

$$\dot{U}_1 = Z_1\dot{I}_1 + Z_2(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) = (Z_1 + Z_2)\dot{I}_1 + Z_2\dot{I}_2;$$

$$\dot{U}_2 = Z_3\dot{I}_2 + Z_2(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + \dot{E} = [Z_2 + (2 - j)]\dot{I}_1 + (Z_2 + Z_3)\dot{I}_2.$$

Зрівнюючи коефіцієнти при відповідних рівняннях отримаємо:

$$Z_{11} = Z_1 + Z_2 = 13 + j; \quad Z_{12} = Z_2 = 5 + j4; \quad Z_{21} = Z_2 + (2 - j) = 7 + j3;$$

$$Z_{22} = Z_2 + Z_3 = 14 + j2.$$

Задача 5.1. (Загальні умови для всіх варіантів).

Задані по варіантам схема чотириполюсника (рис. 5.1.1 - 5.1.8) та комплексні опори. Визначити коефіцієнти заданої форми рівнянь чотириполюсника.² Результати подати в алгебраїчній формі і записати в таблицю.

2. Визначення характеристичних параметрів чотириполюсника.

Поряд з введеними в розгляд параметрами чотириполюсника, які називають первинними, досить часто застосовують характеристичні параметри, до яких відносяться: характеристичні опори Z_{1C} і Z_{2C} та постійна передачі $\underline{\gamma}$, які також повністю характеризують чотириполюсник.

Постійна передачі:

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} \right|_{Z_H = Z_{2C}},$$

$$\alpha = \ln \left| \frac{U_1}{U_2} \right| + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{Z_{2C}}{Z_{1C}} \right|, \quad \text{Нп,}$$

² При визначенні А-параметрів напрямок струмів вибрати згідно варіанту прямої передачі

$$\beta = \frac{1}{2} \arg \left(\frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} \right),$$

де α - коефіцієнт згасання чотириполюсника при узгодженому навантаженні, в Нп або дБ; β - коефіцієнт фази, в радіанах або градусах.

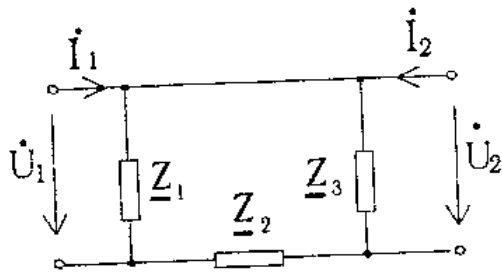


Рис. 5.1.1

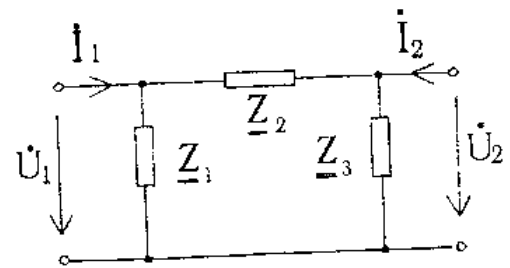


Рис. 5.1.2

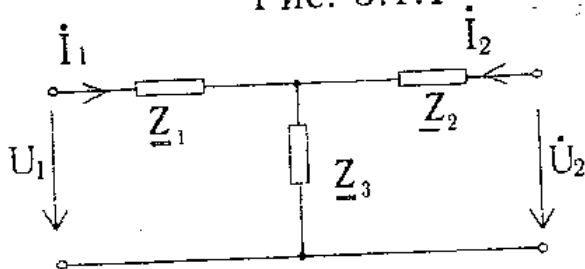


Рис. 5.1.3

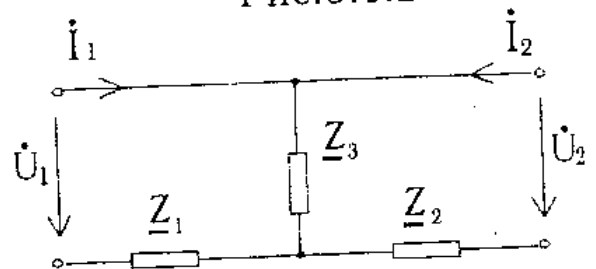


Рис. 5.1.4

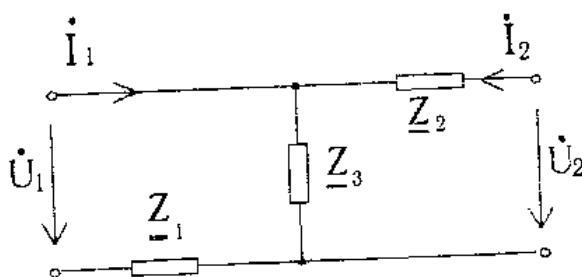


Рис. 5.1.5

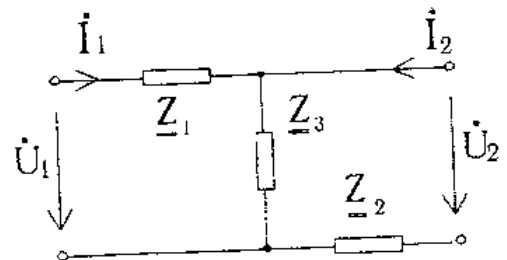


Рис. 5.1.6

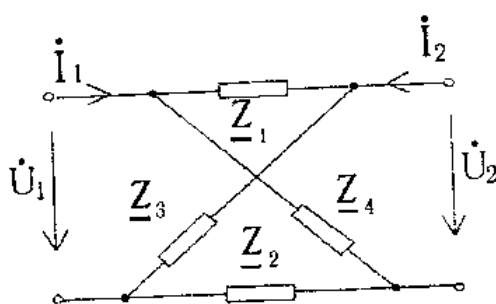


Рис. 5.1.7

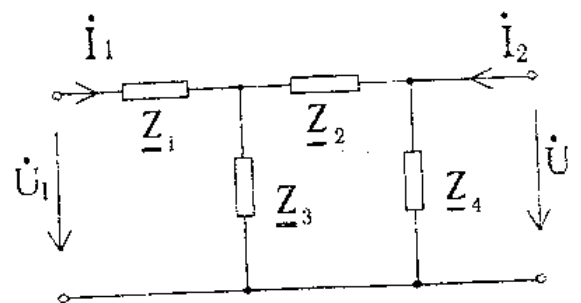


Рис. 5.1.8

Характеристичні параметри можна визначити через А-параметри:

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\frac{\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}}}; \quad \underline{Z}_{2C} = \sqrt{\frac{\underline{A}_{22}\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21}\underline{A}_{11}}}; \quad \underline{\gamma} = \ln\left(\sqrt{\underline{A}_{11}\underline{A}_{22}} + \sqrt{\underline{A}_{12}\underline{A}_{21}}\right).$$

Досить часто при розрахунках використовують параметри холостого ходу \underline{Z}_{1X} та \underline{Z}_{2X} і короткого замикання \underline{Z}_{1K} та \underline{Z}_{2K} поміряні відповідно на стороні вхідних та вихідних затискачів, які пов'язані поміж собою співвідношенням

$$\underline{Z}_{1X}/\underline{Z}_{2X} = \underline{Z}_{1K}/\underline{Z}_{2K}.$$

Характеристичні параметри виражаються через параметри холостого ходу та короткого замикання:

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\underline{Z}_{1X}\underline{Z}_{1K}}; \quad \underline{Z}_{2C} = \sqrt{\underline{Z}_{2X}\underline{Z}_{2K}};$$

$$\text{th } \underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}_{1K}/\underline{Z}_{1X}} = \sqrt{\underline{Z}_{2K}/\underline{Z}_{2X}},$$

і, навпаки, опори холостого ходу та короткого замикання можна визначити через характеристичні параметри та А-параметри:

$$\underline{Z}_{1X} = \underline{Z}_{1C} \text{cth } \underline{\gamma} = \underline{A}_{11}/\underline{A}_{21}; \quad \underline{Z}_{1K} = \underline{Z}_{1C} \text{th } \underline{\gamma} = \underline{A}_{12}/\underline{A}_{22};$$

$$\underline{Z}_{2X} = \underline{Z}_{2C} \text{cth } \underline{\gamma} = \underline{A}_{22}/\underline{A}_{21}; \quad \underline{Z}_{2K} = \underline{Z}_{2C} \text{th } \underline{\gamma} = \underline{A}_{12}/\underline{A}_{11}.$$

У випадку симетричного чотириполюсника наведені формули значно спрощуються, якщо врахувати що при цьому

$$\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}, \quad \underline{Z}_{1C} = \underline{Z}_{2C} = \underline{Z}_C, \quad \underline{Z}_{1X} = \underline{Z}_{2X} = \underline{Z}_X, \quad \underline{Z}_{1K} = \underline{Z}_{2K} = \underline{Z}_K.$$

Приклад 5.2.

Пасивний чотириполюсник задається рівняннями: $\dot{U}_1 = 3\dot{U}_2 + j4\dot{I}_2$; $\dot{I}_1 = j\dot{U}_2 - \dot{I}_2$. Визначити: характеристичні опори \underline{Z}_{1C} , \underline{Z}_{2C} ; постійні згасання (α), фази (β) та передачі ($\underline{\gamma}$).

Рішення.

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}/\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}} = \sqrt{3 \cdot j4/j(-1)} = \pm j3.464 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{2C} = \sqrt{\underline{A}_{22}\underline{A}_{12}/\underline{A}_{21}\underline{A}_{11}} = \pm j1.154 \text{ Ом}.$$

При погодженому навантаженні ($\underline{Z}_H = \underline{Z}_{2C}$):

$$\underline{\gamma} = \ln\left(\sqrt{\underline{A}_{11}\underline{A}_{22}} + \sqrt{\underline{A}_{12}\underline{A}_{21}}\right) = \ln\left[\left(\sqrt{3} + 2\right)e^{j\pi/2}\right] = 1.317 + j1.57.$$

$$\alpha = \ln(\sqrt{3} + 2) = 1.317 \text{ Нп}; \quad j\beta = \ln e^{j\frac{\pi}{2}} = j1.57; \quad \beta = 1.57 \text{ рад.}$$

Задача 5.2.

Загальні умови для всіх варіантів.

Визначити характеристичні опори Z_{1c} та Z_{2c} чотириполюсника для схем, що приведені по варіантах в задачі 5.1, попередньо використавши (для відповідного варіанту) обчислені А-параметри, або обчисливши опори холостого ходу і короткого замикання (для всіх інших варіантів).

Задача 5.3

Загальні умови для всіх варіантів.

Для заданих по варіантам величин і параметрів симетричних чотириполюсників в режимі узгодженого навантаження, визначити постійні згасання (α), фази (β) та передачі (γ).

Розрахунок перехідних процесів класичним методом.

Характер процесів в електричних колах залежить від параметрів елементів кола L, C, R і від ЕРС джерел енергії. При будь яких змінах цих величин змінюються струми і напруги в колі і відповідно кількість енергії в реактивних елементах. Але зміни поля і пов'язані з ними зміни енергії в реактивних елементах можуть проходити тільки з деякою скінченою швидкістю. А тому в колах з реактивними елементами при переході від одного усталеного режиму до іншого будуть мати місце перехідні процеси, що супроводжуються плавною зміною струмів і напруг.

Для аналізу перехідних процесів у колах складається система рівнянь на підставі закону Ома і законів Кірхгофа для миттєвих значень струмів та напруг. Ця система рівнянь приводиться до одного, яка у випадку лінійних кіл буде звичайним лінійним диференціальним рівнянням. Повний розв'язок такого рівняння утворюється як сума частинного розв'язку $i'(t)$ неоднорідного рівняння, тобто рівняння, що містить задані ЕРС або напруги, і загального розв'язку однорідного рівняння $i''(t)$ (яке утворюється із того ж рівняння кола, якщо покласти у ньому задані ЕРС або напруги рівними нулю):

$$i(t) = i'(t) + i''(t). \quad (6.1)$$

Частинний розв'язок виражає усталений режим, коли перехідний процес закінчений, а тому $i'(t)$ у випадку постійної або синусоїдної ЕРС знаходиться звичайними методами розрахунку усталеного режиму.

Загальний розв'язок однорідного рівняння $i''(t)$ описує вільний режим кола, який характеризується відсутністю у колі побічних ЕРС, а протікання струму у вітках і падіння напруги на окремих ділянках кола відбувається за рахунок енергії накопиченої в реактивних елементах.

При інтегруванні диференціальних рівнянь з'являються постійні, які визначаються на підставі початкових умов, що впливають з двох законів комутації: струм в індуктивних котушках і напруга на конденсаторах в момент комутації не змінюються стрибками, тобто вони є неперервними функціями часу:

$$i_L(0_-) = i_L(0_+), \quad u_C(0_-) = u_C(0_+). \quad (6.2)$$

Існують два методи рішень однорідного диференціального рівняння: класичний і операторний. Класичний метод полягає в знаходженні розв'язку у вигляді суми експонент, кількість складових яких дорівнює порядку диференціального рівняння:

$$i''(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \dots \quad (6.3)$$

де p_1, p_2, \dots - корені характеристичного рівняння. Найбільш простий спосіб отримання характеристичного рівняння: а) записують формулу вхідного опору кола в комплексній формі; б) в формулі для Z роблять заміну множника $j\omega$ на p ; в) отриманий вираз $Z(p)$ прирівнюють нулю:

$$Z(p) = 0. \quad (6.4)$$

Характеристичне рівняння може бути отримано також шляхом прирівнювання нулю вхідного опору $Z(p)$ відносно будь-якої вітки кола окрім вітки з джерелом струму, яка вважається розірваною.

1. Розрахунок кіл, що містять RL-елементи

Нехай на вході RL - кола діє постійна ЕРС E (рис.6.1.1-П). При замиканні ключа K в положення "1" рівняння стану кола має вигляд

$$Ri + L \frac{di}{dt} = E \quad (6.5)$$

Перехідний струм $i(t) = i' + i''$, де i' - вимушена, i'' - вільна складова струму. При нульових початкових умовах ($t = 0$, $i(0_-) = i(0_+) = 0$) одержимо:

$$i' = \frac{E}{R}, \quad i'' = -\frac{E}{R} e^{pt}, \quad \text{де } p = -\frac{R}{L}, \text{ а } R = R_i + R_L.$$

Отже

$$i = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad (6.6)$$

Як впливає з (6.6) швидкість перехідного процесу залежить від величини $t_K = \frac{1}{p} = \frac{L}{R}$, що має розмірність часу і називається постійною часу кола.

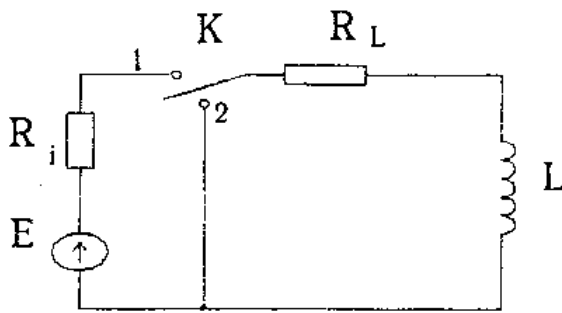


Рис.6.1.1-П

Таким чином у RL колі в усталеному режимі ($t \rightarrow \infty$) під дією ЕРС E протікає струм $I_0 = E/(R_i + R_L)$.

Перекинемо ключ K з положення "1" у положення "2". Має місце режим короткого замикання кола ($E=0$).

При не нульових початкових умовах ($i(0_-) = i(0_+) = I_0$), перехідний струм

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (6.7)$$

Приклад 6.1.

В колі (рис.6.1.2-П) $E=60$ В; $r_1=5$ Ом; $r_2=10$ Ом. В момент часу $t=0$ замикається ключ K .

1. Визначити струми i_1 , i_2 , i_3 та напругу U_{a6} в момент часу 0_- ; 0_+ ; і при $t \rightarrow \infty$.

2. На основі якісного аналізу кола побудувати залежності названих величин від часу.

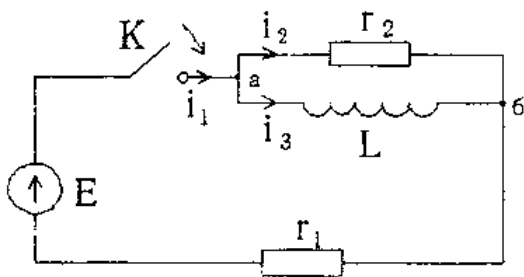


Рис.6.1.2-П

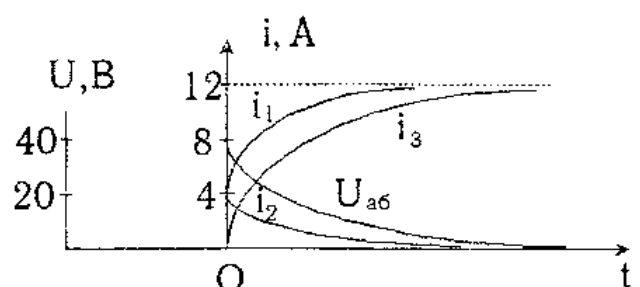


Рис.6.1.3-П

Рішення. До комутації (ключ К розімкнений) коло не підключене до джерела ЕРС, а тому при $t=0$: $i_1(0_-) = i_2(0_-) = i_3(0_-) = 0$ і $U_{a6}(0_-) = r_2 i_2(0_-) = 0$.

Після комутації (ключ К замкнений) при $t=0_+$ за першим законом комутації струм в індуктивності $i_3(0_+) = i_3(0_-) = 0$. Отже:

$$\text{струми} \quad - \quad i_1(0_+) = i_2(0_+) = E/(r_1 + r_2) = 60/15 = 4 \text{ A};$$

$$\text{напруга} \quad - \quad U_{a6}(0_+) = r_2 i_2(0_+) = 10 \cdot 4 = 40 \text{ В}.$$

При $t \rightarrow \infty$ режим у колі усталений. Для постійного струму індуктивний опір $X_L = \omega L = 0 \cdot L = 0$, тобто опір r_2 замкнений накоротко віткою з індуктивністю, а тому $i_2(\infty) = 0$ і напруга $U_{a6} = r_2 i_2(\infty) = 0$; оскільки $i_1(\infty) = E/r_1 = 60/5 = 12 \text{ A}$ то струм $i_3(\infty) = i_1(\infty) - i_2(\infty) = 12 \text{ A}$.

Таким чином, до замикання ключа К, тобто при $t=0$, всі шукані величини рівні нулю. Після замикання ключа К (при $t=0_+$) струми i_1 та i_2 стрибком збільшуються від нуля до значення $i_1(0_+) = i_2(0_+) = 4 \text{ A}$. Струм i_3 в індуктивності в момент $t = 0_+$ залишається рівним нулю, але з часом за експоненціальним законом збільшується і в усталеному режимі $i_3(\infty) = i_3(0_+) = 12 \text{ A}$. При цьому $i_1(\infty) > i_1(0_+)$, оскільки в усталеному режимі опір r_2 замкнений накоротко віткою з індуктивністю L . Струм i_2 в короткозамкненій вітці в усталеному режимі рівний нулю, тобто зменшується від значення $i_2(0_+)$ за експоненціальним законом. Аналогічно зменшується і напруга $U_{a6} = r_2 i_2$.

Залежності $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$ та $U_{a6}(t)$ приведені на рис.6.1.3-П.

Задача 6.1.

В момент часу $t=0$ за допомогою ключа К здійснюється комутація (рис.6.1). Застосовуючи класичний метод розрахунку визначити параметри

елементів та характеристики перехідного процесу в колі після комутації: 1) значення L_1 ; 2) корінь p характеристичного рівняння; 3) постійну інтегрування; 4) залежність від часу струму $i_1(t)$ у вітці з індуктивністю L_1 і визначити його значення в момент часу $t=\tau$, де τ - постійна часу кола. Результати обчислень записати в таблицю.

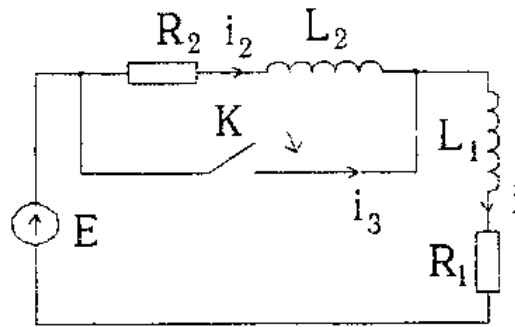


Рис.6.1

2. Розрахунок кіл, що містять RC- елементи.

Якщо у коло RC увімкнена постійна ЕРС E (рис.6.2.1-П), то вимушена складова напруги на ємності дорівнює ЕРС джерела $U'_C = E$, оскільки при $t \rightarrow \infty$ конденсатор заряджається до напруги джерела живлення. А тому згідно з другим за-

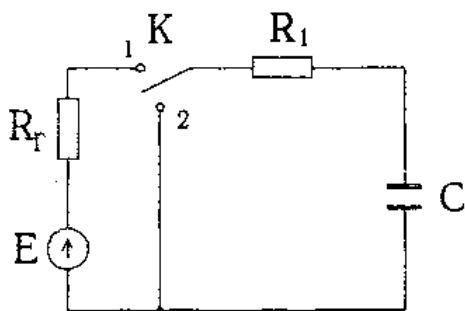


Рис.6.2.1-П

коном Кірхгофа $RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = E$,

де $R = R_r + R_1$. Перехідна напруга

на конденсаторі $U_C(t) = U'_C + U''_C$,

де U''_C знаходиться з рівняння

$$\frac{dU''_C}{dt} + \frac{1}{RC} U''_C = 0.$$

Отже $U_C(t) = E + Ae^{-t/RC}$.

При нульових початкових умовах ($U_C(0) = 0$), $A = -E$, а тому

$U_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$, де $\tau = RC$ - постійна часу кола.

При короткому замиканні (ключ К перекидається в положення "2"): $U_C(t) = U_C''(t) = U_{C0}e^{-t/R_1C}$, де $U_{C0} = U_C(0)$ - напруга, до якої заряджений конденсатор в момент комутації.

Приклад 6.2.

Для наведеного на рис.6.2.2-П кола задані: $R_1 = R_3 = 4 \text{ Ом}$; $\tau = 10^{-5} \text{ с}$.

В момент часу $t=0$ розмикається ключ К, напруга на конденсаторі до комутації $U_C(0) = 5 \text{ В}$ і в стаціонарному режимі $U_C(\infty) = 7.5 \text{ В}$. Застосовуючи класичний метод розрахунку визначити ємність C ; корінь характеристичного рівняння p ; постійну інтегрування A ; залежність напруги на ємності від часу $U_C(t)$; значення $U_C(t)$ при $t = \tau$.

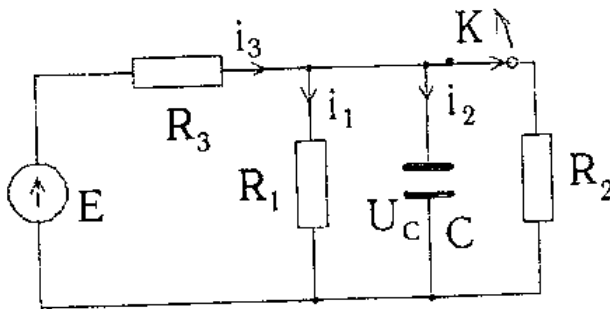


Рис.6.2.2-П

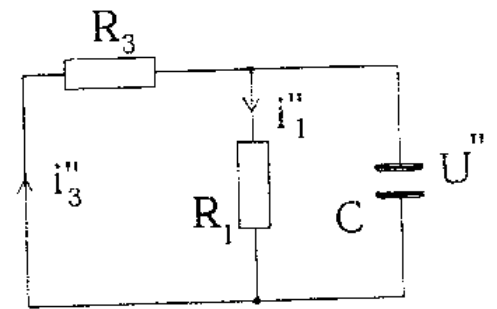


Рис.6.2.3-П

Рішення.

Для вільної складової перехідного процесу схема має вигляд, що поданий на рис.6.2.3-П.

$$U_C(t) = U_C'' + U_C'; \quad R_{ек}C \frac{dU_C''}{dt} + U_C'' = 0. \quad U(t) = Ae^{-pt}; \quad p = \frac{1}{R_{ек}C} = \frac{1}{\tau} =$$

$$= \frac{1}{10^{-5}} = 10^5 \text{ с}^{-1}. \quad R_{ек} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{4 \cdot 4}{8} = 2 \text{ Ом}; \quad C = \frac{\tau}{R_{ек}} = \frac{10^{-5}}{2} = 5 \text{ мФ}.$$

$$U_C' = U_C(\infty) = 7.5 \text{ В}, \quad U_C(t) = 7.5 + Ae^{-10^5 t}; \quad U_C(0) = 5 = 7.5 + A; \quad A = -2.5 \text{ В};$$

$$U_C(t) = 7.5 - 2.5e^{-10^5 t} \text{ В}; \quad U_C(\tau) = 7.5 - 2.5e^{-1} = 6.58 \text{ В}.$$

Задача 6.2

Для кола (рис.6.2) в момент часу $t=0$ за допомогою ключа K здійснюється комутація. Застосовуючи класичний метод розрахунку

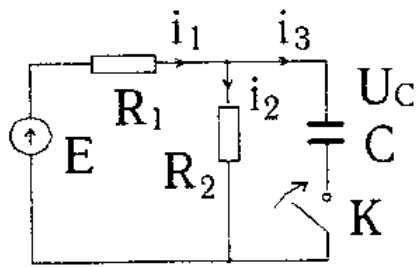


Рис.6.2

визначити: 1) C ; 2) корінь p характеристичного рівняння; 3) постійну інтегрування; 4) залежність від часу напруги $U_C(t)$ на ємності C і визначити її значення в момент часу $t = \tau$, де τ - постійна часу кола.

Результати обчислень записати в таблицю.

3.Розрахунок перехідного процесу при живленні кола від джерела синусоїдного струму.

Приклад 6.3.

В колі з джерелом синусоїдного струму $J(t)$ (рис.6.3-П) задані: $r_1 = r_2 = 20 \text{ Ом}$; $\tau = 0.04$; струм i_3 в усталеному режимі $i_3 = 10 \sin(78.5t - 45^\circ) \text{ А}$. В момент часу $t=0$ ключ K переводиться з положення 1 в положення 2. Застосовуючи класичний метод розрахунку

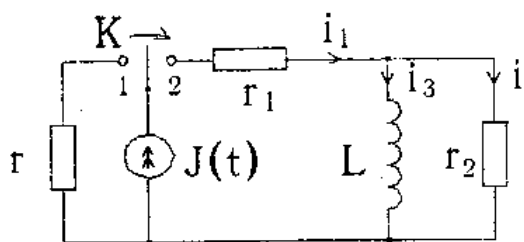


Рис.6.3-П

перехідного процесу, визначити: корінь характеристичного рівняння p , індуктивність L , постійну інтегрування A , залежність струму i_3 від часу, а також значення усталеного i_3' і вільного i_3'' складових цього струму при $t = t_1 = 0.5\tau$.

Рішення.

Джерело струму $J(t)$ ідеальне. А тому для вільної складової перехідного процесу вітку з джерелом струму слід вважати розімкненою, тобто, залишається контур з послідовно увімкненими індуктивністю L і

опором r_2 . Для такого сполучення $\tau = L/r_2$, звідси

$$L = \tau \cdot r_2 = 0.04 \cdot 20 = 0.8 \text{ Гн}.$$

Корінь характеристичного рівняння $p = -1/\tau = -1/0.04 = -2.5 \text{ с}^{-1}$.

Отже, $i_3(t) = i_3'(t) + i_3''(t) = 10 \sin(78.5t - 45^\circ) + Ae^{-25t}$. При $t=0$ -

$$i_3(0) = -10 \sin 45^\circ + A. \text{ З урахуванням того, що } i_3(0_-) = i_3(0_+) = 0 -$$

$$A = 10 \sin 45^\circ = 10 \sqrt{2}/2 = 7.07 \text{ А. Тому } i(t) = 10 \sin(78.5t - 45^\circ) + 7.07e^{-25t} \text{ А.}$$

В момент часу $t_1 = 0.5\tau = 0.02 \text{ с}$:

$$\psi_1 = \omega t_1 = 78.5 \cdot 0.02 \text{ рад} = 90^\circ;$$

$$i_3'(t_1) = 10 \sin(\psi_1 - 45^\circ) = 10 \sin(90^\circ - 45^\circ) = 7.07 \text{ А};$$

$$i_3''(t_1) = 7.07e^{-0.5} = 7.07 \cdot 0.6 = 4.2 \text{ А}; \quad i_3(t_1) = 7.07 + 4.24 = 11.31 \text{ А.}$$

Задача 6.3.

Коло живиться від джерела синусоїдального струму $J(t)$ (рис.6.3). В момент часу $t=0$ ключ K замикається на клему 2. Застосовуючи класичний метод розрахунку, визначити: 1) значення ємності C ; 2) корінь характеристичного рівняння p ; 3) постійну інтегрування A ; 4) залежність напруги на ємності $U_C(t)$ від часу; 5) значення напруги на ємності в момент часу $t = 0.5\tau$, де τ - постійна часу кола.

Результати розрахунку подати в таблиці.

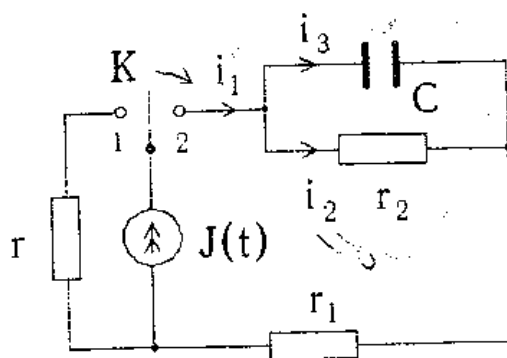


Рис.6.3

Розрахунок перехідних процесів операторним методом.

Ідея операторного методу полягає в тому, що рішення диференціальних рівнянь переноситься з області функції дійсного змінного в область функцій комплексного змінного, де операції приймають більш простий вигляд: замість вихідних диференціальних або інтегродиференціальних рівнянь отримують алгебраїчні рівняння. Одержаний розв'язок алгебраїчного рівняння переносять назад в область функцій дійсного змінного.

Функцію часу $f(t)$ (звичайно струм $i(t)$ або напругу $u(t)$) називають оригіналом. Йому відповідає функція на комплексній площині $F(p)$, яку називають зображенням. Перехід від оригіналу до зображення здійснюється за допомогою прямого перетворення Лапласа:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt, \quad (7.1)$$

де $p = a + jb$ - комплексна змінна.

Відповідність між функціями $F(p)$ та $f(t)$ записують у вигляді: $F(p) \div f(t)$.

Оскільки в основі переходу від оригіналу до зображення лежить інтеграл Лапласа, то виходячи з відомих властивостей інтегралів, можна сформулювати такі основні властивості перетворення Лапласа:

а) Додаванню оригіналів відповідає додавання їх зображень:

$$\sum_{k=1}^n f_k(t) \div \sum_{k=1}^n F_k(p). \quad (7.2)$$

б) Множенню оригінала на постійний коефіцієнт A відповідає множення зображення на той же коефіцієнт:

$$Af(t) \div AF(p). \quad (7.3)$$

Зображення простих радіотехнічних функцій за Лапласом мають такий вигляд:

$$1) A \div \frac{A}{p}, \quad 2) e^{\pm \alpha t} \div \frac{1}{p \mp \alpha}, \quad 3) e^{j\omega t} \div \frac{1}{p - j\omega}.$$

Отже,

$$I_m e^{j\omega t} \div I_m \frac{1}{p - j\omega}. \quad (7.4)$$

$$4) f'(t) \div pF(p) - f(0).$$

$$5) f''(t) \div p[pF(p) - f(0)] - f'(0).$$

При нульових початкових умовах $f(0) = 0, f'(0) = 0$:

$$f'(t) \div pF(p); \quad f''(t) \div p^2 F(p).$$

Зображення напруги на індуктивній котушці:

$$L \frac{di}{dt} \div pLi(p) - Li(0). \quad (7.5)$$

$$6) \quad \int_0^t f(t) dt \div \frac{F(p)}{p}. \quad (7.6)$$

Зображення напруги на конденсаторі:

$$U_C(t) \div \frac{U_C(0)}{p} + \frac{I(p)}{pC}. \quad (7.7)$$

7) Зображення тригонометричних функцій:

$$\sin \omega_0 t \div \frac{\omega_0}{p^2 + \omega_0^2}, \quad (7.8)$$

$$\cos \omega_0 t \div \frac{p}{p^2 + \omega_0^2}. \quad (7.9)$$

Для розрахунку перехідного процесу операторним методом будують операторну схему заміщення дійсної схеми за такими правилами:

1) Індуктивність реальної схеми замінюють операторним опором pL і внутрішньою ЕРС $Li(0)$, яка враховує енергію, накопичену в індуктивності до комутації.

2) Активний опір реальної схеми замінюють операторним опором R , що не відрізняється за величиною від активного опору R .

3) Ємність реальної схеми замінюють операторним опором $1/pC$ і внутрішньою ЕРС $-U_C(0)/p$, що враховує енергію, накопичену в конденсаторі до комутації.

4) Позитивні напрямки внутрішніх ЕРС $Li(0)$, $-U_c(0)/p$ співпадають з напрямком операторного струму.

Рівняння для зображень струмів та напруг для довільного кола можна отримати за законами електричних кіл. Закон Ома в операторній формі для вітки, що містить послідовно увімкнені ЕРС $e(t)$, опір R , ємність C і індуктивність L при ненульових початкових умовах, матиме вигляд:

$$I(p) = \frac{E(p) + Li(0) - U_c(0)/p}{Z(p)}, \quad (7.10)$$

де $Z(p) = pL + R + 1/pC$ - операторний опір вітки.

Закони Кірхгофа в операторній формі:

$$\sum_{k=1}^n I_k(p) = 0, \quad (7.11)$$

$$\sum_{k=1}^n I_k(p)Z_k(p) = \sum_{k=1}^n [E_k(p) + L_k i_k(0) - U_{ck}(0)/p]. \quad (7.12)$$

Якщо в операторній формі можуть бути записані закони Ома та Кірхгофа, то при розрахунках перехідних процесів операторним методом можуть бути використані всі методи, що базуються на цих законах (контурних струмів, вузлових потенціалів і інші).

При розрахунках перехідних процесів операторним методом потрібно також знаходити оригінали за їх зображеннями. Перехід від зображення до оригіналу здійснюється за допомогою оберненого перетворення Лапласа:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} F(p)e^{pt} dp. \quad (7.13)$$

Зображення багатьох функцій, що зустрічаються в теорії кіл, обчислені і зведені в таблиці.

Табличний метод переходу від зображення до оригіналу здійснюється шляхом алгебраїчних перетворень. Якщо не вдається отримати табличної форми, то використовують теорему розкладання, суть якої полягає в тому, що будь яке зображення можна подати у вигляді суми простих доданків, оригінали яких добре відомі.

Нехай зображення $F(p)$ функції $f(t)$ має вигляд раціонального дробу:

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_0}, \quad (7.14)$$

причому степінь $F_1(p)$ нижче степені $F_2(p)$, a_k і b_k - дійсні числа, а корені p_1, p_2, \dots, p_n рівняння $F_2(p) = 0$ різні, то оригінал визначається виразом:

$$\frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t}. \quad (7.15)$$

Якщо рівняння $F_2(p) = 0$ має один корінь рівний нулю, тобто $F_2(p) = p F_3(p) = 0$, то оригінал знаходиться за формулою:

$$\frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{F_1(p)}{p F_3(p)} = \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{p_k F_3'(p_k)} e^{p_k t}. \quad (7.16)$$

7.1. Розрахунок перехідного процесу при дії постійної ЕРС.

Приклад 7.1. Для схеми рис.7.1.1-П задані: $R_1 = R_2 = R_3 = 40 \text{ Ом}$; $L = 0.6 \text{ Гн}$; $U = 240 \text{ В}$. В момент часу $t=0$ замикається ключ K .

1. Визначити струм $i_2(t)$ операторним методом, використовуючи теорему розкладання.
2. Визначити $i_2(\tau)$, де τ - постійна часу кола.

Рішення. Складемо операторну схему після комутації (рис.7.1.2-П). Для

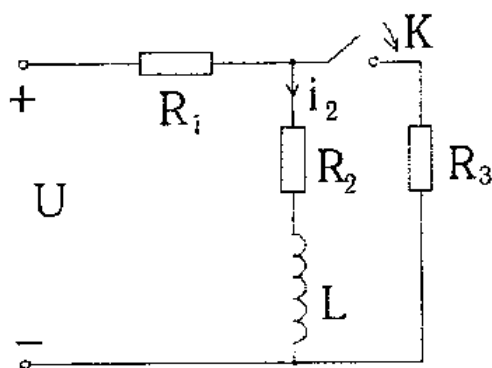


Рис.7.1.1-П

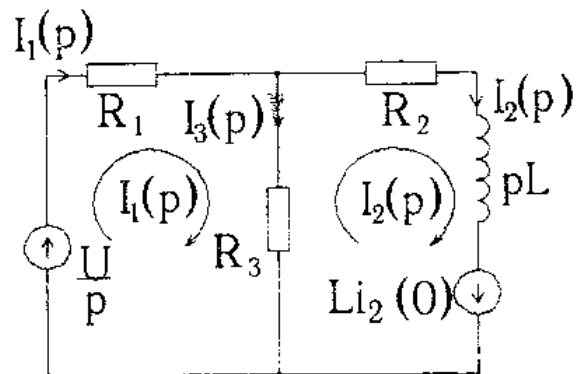


Рис.7.1.2-П

визначення внутрішньої ЕРС $Li_2(0)$ визначимо струм $i_2(0)$. Для кола до комутації (рис.7.1-П)

$$i_2(0_-) = U/(R_1 + R_2) = 240/80 = 3\text{A}.$$

За законом комутації $i_2(0_-) = i_2(0_+) = i_2(0) = 3\text{A}$. Отже $Li_2(0) = 0.6 \cdot 3 = 1.8\text{ В.с.}$

Для визначення $I_2(p)$ застосуємо метод контурних струмів (рис.7.1.2-П):

$$(R_1 + R_3)I_1(p) - R_3I_2(p) = U/p;$$

$$-R_3I_1(p) + (R_2 + R_3 + pL)I_2(p) = Li_2(0).$$

Підставляємо числові дані:

$$80I_1(p) - 40I_2(p) = 240/p;$$

$$-40I_1(p) + (80 + 0.6p)I_2(p) = 1.8.$$

Звідси

$$I_2(p) = \frac{240 + 3.6p}{p(120 + 1.2p)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

$$F_2(p) = p(120 + 1.2p) = 0; \quad p_1 = 0; \quad p_2 = -120/1.2 = -100\text{с}^{-1}.$$

$F_2(p) = pF_3(p)$, де $F_3(p) = 120 + 1.2p$. Отже, за теоремою розкладання:

$$i_2(t) = \frac{F_1(p_1)}{F_3(p_1)} + \frac{F_1(p_2)}{p_2 F_3'(p_2)} e^{p_2 t} = 2 + e^{-100t} \text{ А.}$$

$$i_2(\tau) = 2 + e^{-1} = 2 + 0.37 = 2.37 \text{ А.}$$

Задача 7.1.

Для схеми рис.7.1 в мить часу $t=0$ замикається ключ К. Застосовуючи операторний метод розрахунку, визначити:

- 1) $I_2(p) = F_1(p)/F_2(p)$;
- 2) $U_C(0)$;
- 3) $i_2(t)$;
- 4) $i_2(\tau)$, де τ - постійна часу кола.

Результати розрахунку подати в таблицю.

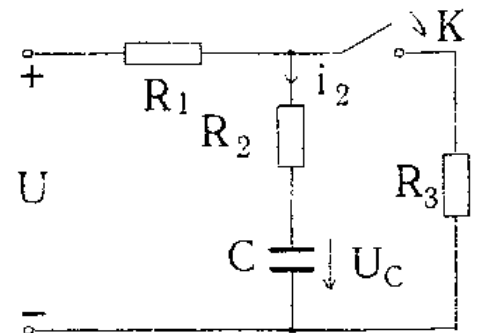


Рис.7.1

7.2. Розрахунок перехідного процесу при дії імпульсної ЕРС.

Приклад 7.2. Коло з послідовно сполученими R і L вмикається на прямокутний імпульс напруги U , що діє на протязі часу t_i (рис.7.2.1-П,а). Використовуючи класичний метод, знайти перехідний струм $i(t)$ та побудувати залежність струму від часу.

Рішення. Для інтервалу часу від $t=0$ до $t=t_i$ струм визначається так як при увімкненні цього кола на постійну напругу U :

$$i(t) = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad \text{при } 0 \leq t \leq t_i. \quad (7.17)$$

При $t > t_i$ дія на коло відсутня, а тому струм утримує тільки вільну складову. Отже, для часу $t > t_i$, коли $U=0$, згідно 2-го закону Кірхгофа

$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0.$$

Його рішення

$$i(t) = i''(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t}.$$

Постійну інтегрування A визначаємо з того, що в мить часу $t = t_i$ струм в колі з індуктивною котушкою не може змінитися стрибкоподібно

$$i|_{t=t_i} = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t_i}) = Ae^{-\frac{R}{L}t_i},$$

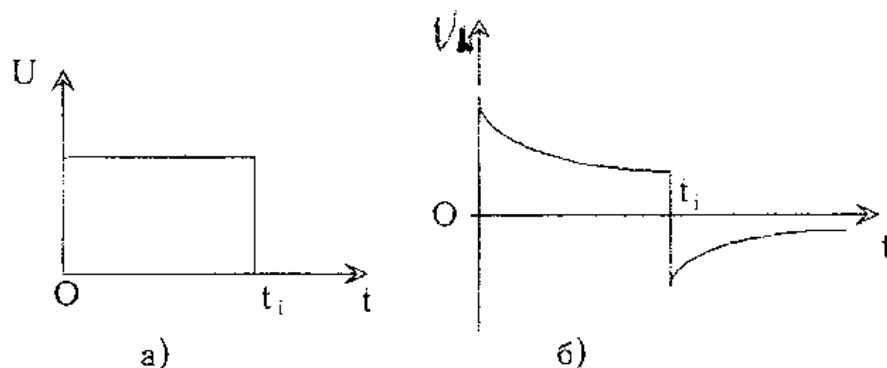


Рис.7.2.1-П

звідси $A = \frac{U}{R} (e^{\frac{R}{L}t_i} - 1)$. Отже,

$$i(t) = \frac{U}{R} (e^{\frac{R}{L}t} - 1)e^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{при } t_i \leq t \leq \infty. \quad (7.18)$$

На рис.7.2.1-П,б за рівняннями (7.17) та (7.18) побудовані графіки.

Задача 7.2.

Коло з послідовно сполученими R і L вмикається під дію напруги $U(t) = U_0 e^{-\alpha t}$. Застосовуючи класичний метод, знайти:

- 1) перехідний струм $i(t)$;
- 2) максимум струму $i(t)$;
- 3) за розрахунковою таблицею побудувати залежності: $i'(t)$; $i''(t)$;
 $i(t) = i'(t) + i''(t)$.

Приклад 7.3. Коло з послідовно сполученими $C=100$ пф і $R=20$ кОм (рис.7.2.2-П,а) вмикається на прямокутний імпульс напруги $U=5$ В і тривалістю $t_i = 10^{-5}$ с. Використовуючи операторний метод, визначити напругу на опорі R $U_R(t)$. Побудувати залежність вихідної напруги від часу.

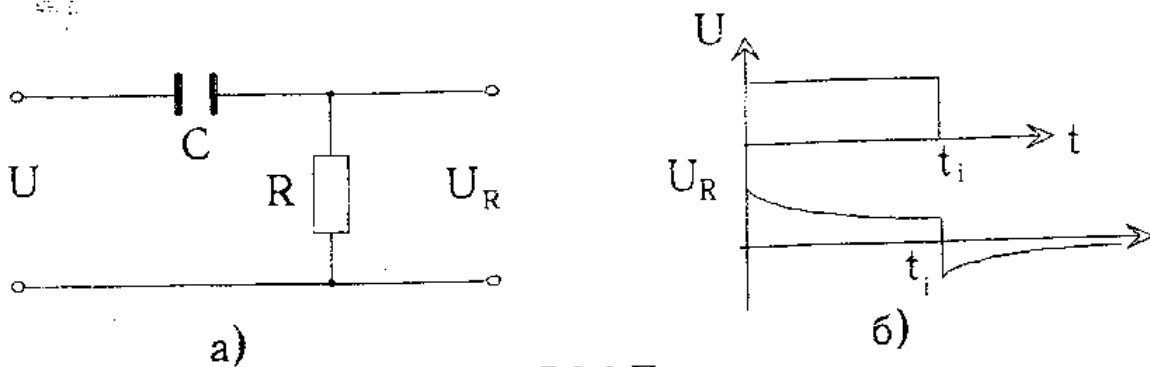


Рис.7.2.2-П

Рішення.

Рівняння кола (рис.7.2.2-П,а) на підставі другого закону Кірхгофа:

$$iR + \frac{1}{C} \int_0^t i dt = U, \quad 0 \leq t \leq t_i.$$

В операторній формі рівняння набуває вигляду: $RI(p) + \frac{I(p)}{pC} = \frac{U}{p}$.

Звідси $I(p) = \frac{U}{R} \cdot \frac{1}{p + \alpha}$, де $\alpha = \frac{1}{RC}$, а постійна часу кола $t_k = RC$.

За зображенням знаходимо оригінал: $\frac{1}{p + \alpha} \rightarrow e^{-\alpha t}$. Отже $i(t) = \frac{U}{R} e^{-\alpha t}$,

а напруга $U_R(t) = i(t)R = Ue^{-\alpha t}$. За даними задачі $t_k = RC = 2 \cdot 10^4 \cdot$

$\cdot 10^{-10} = 2 \cdot 10^{-6}$ с. Таким чином, тривалість імпульса більша за постійну кола в 5 раз: $n = t_i/t_k = 10^{-5}/2 \cdot 10^{-6} = 5$.

При $t=0$ (початок імпульса) - $U_R = Ue^{-\alpha t} = U = 5$ В, а при $t = t_i = 5t_k$ -

$U_R = Ue^{-\frac{t_i}{t_k}} = \frac{U}{e^5} \approx 0$, тобто за час тривалості імпульса конденсатор зарядиться до амплітуди імпульса, тому струм зменшиться майже до нуля, а відповідно і вихідна напруга. В мить часу $t = t_i$ напруга на вході зменшується до нуля, конденсатор почне розряжатись через внутрішній опір генератора і опір R , створюючи вихідну напругу протилежної полярності (рис.7.2.2-П,б). Такої форми напруга на виході називається диференціюючим імпульсом, оскільки $U_R \propto dU/dt$.

Задача 7.3.

Коло з послідовно сполученими C та R вмикається на прямокутний імпульс з напругою U і тривалістю t_i . Використовуючи операторний метод визначити:

- 1) залежність напруги на конденсаторі від часу;
- 2) за розрахунковими даними побудувати залежність напруги на конденсаторі від часу.

Довгі лінії.

Довгими лініями, або фідерами в радіотехніці називають такі лінії довжина яких ℓ більша або сумірна з довжиною хвилі λ , а поперечні розміри d менші довжини хвилі λ , тобто

$$\ell \geq \lambda, d \ll \lambda. \quad (8.1)$$

Умова $\ell \geq \lambda$ означає, що струм та напруга змінюються вздовж лінії. Тому таку лінію не можна розглядати як систему з зосередженими параметрами, її потрібно описувати як систему з розподіленими параметрами. Для її

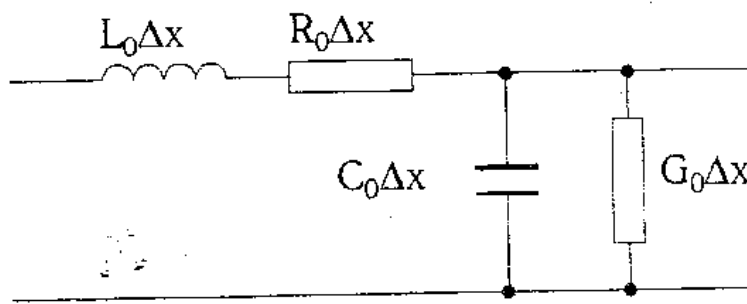


Рис.8-П.

опису вводять розподілені на одиницю довжини так звані первинні (погонні) параметри:

$R_0 = \frac{dR}{dx} \left[\frac{\text{Ом}}{\text{м}} \right]$ опір прямого і зворотнього провідників;

$L_0 = \frac{dL}{dx} \left[\frac{\text{Гн}}{\text{м}} \right]$ - індуктивність,

що утворена прямим та зворотнім провідниками; $C_0 = \frac{dC}{dx} \left[\frac{\text{Ф}}{\text{м}} \right]$ - ємність

між провідниками; $G_0 = \frac{dG}{dx} \left[\frac{\text{См}}{\text{м}} \right]$ - провідність між провідниками.

Еквівалентна схема елемента двохпровідної лінії показана на рис.8-П.

Миттєві значення струму (i) та напруги (U) в будь-якій точці x довгої лінії задовільняють телеграфним рівнянням

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial U}{\partial x} &= R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= G_0 U + C_0 \frac{\partial U}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

З допомогою цих рівнянь можна дослідити як стаціонарні так і перехідні процеси в довгій лінії.

1. Стаціонарний режим в однорідній лінії.

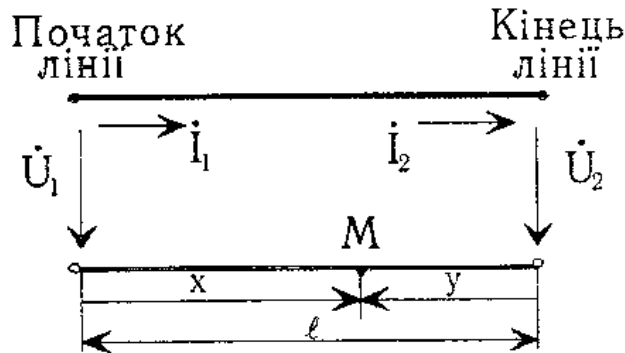


Рис.8.1-П

Якщо погонні параметри R_0 , C_0 , L_0 , G_0 не змінюються вздовж лінії, то її називають однорідною.

Розв'язок телеграфного рівняння для компонентів напруги та струму в будь-

якій точці M лінії (рис. 8.1-П) можна подати у вигляді суперпозиції прямої та зворотної хвиль :

1. При відліку відстані x від початку лінії до точки M :

$$\begin{aligned} \dot{U}(x) &= \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_0}{2} e^{-\gamma x} + \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_0}{2} e^{+\gamma x} = \\ &= \dot{U}_{\text{пр}} e^{-\gamma x} + \dot{U}_{\text{зв}} e^{+\gamma x} = \dot{U}_{\text{пр}}(x) + \dot{U}_{\text{зв}}(x) \\ \dot{I}(x) &= \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_0}{2 Z_0} e^{-\gamma x} - \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_0}{2 Z_0} e^{+\gamma x} = \\ &= \dot{I}_{\text{пр}}(x) - \dot{I}_{\text{зв}}(x) \end{aligned}$$

де \dot{U}_1 та \dot{I}_1 - комплекси напруги та струму на початку лінії; $\dot{U}_{\text{пр}}$, $\dot{U}_{\text{зв}}$ - комплекси напруг прямої та зворотної хвилі на початку лінії відповідно; $\dot{U}_{\text{пр}}$, $\dot{I}_{\text{пр}}$ - прямі (падаючі) хвилі; $\dot{U}_{\text{зв}}$, $\dot{I}_{\text{зв}}$ - зворотні (відбиті) хвилі.¹

2. При відліку відстані $y = \ell - x$ від кінця лінії до точки M :

¹ Введення понять про пряму та зворотню хвилі в лініях при усталеному синусоїдному режимі полегшують аналіз процесів. Проте необхідно мати на увазі, що фактично (фізично) існують в лінії лише результуючі струм \dot{I} та напруги \dot{U} , і що розкладання їх на прямі та зворотні хвилі необхідно вважати лише зручним прийомом.

$$\dot{U}(y) = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \underline{Z}_0}{2} e^{\underline{\gamma} y} + \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \underline{Z}_0}{2} e^{-\underline{\gamma} y} =$$

$$\dot{U}_{\text{пр}2} e^{\underline{\gamma} y} + \dot{U}_{\text{зв}2} e^{-\underline{\gamma} y} = \dot{U}_{\text{пр}}(y) + \dot{U}_{\text{зв}}(y)$$

$$\dot{I}(y) = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \underline{Z}_0}{2 \underline{Z}_0} e^{\underline{\gamma} y} - \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \underline{Z}_0}{2 \underline{Z}_0} e^{-\underline{\gamma} y} =$$

$$= \dot{I}_{\text{пр}}(y) - \dot{I}_{\text{зв}}(y)$$

де \dot{U}_2 та \dot{I}_2 - комплекси напруги та струму в кінці лінії, $\dot{U}_{\text{пр}2}$, $\dot{U}_{\text{зв}2}$ - комплекси напруг прямої (падаючої) та зворотної (відбитої) хвиль в кінці лінії.

Тут і далі \underline{Z}_0 та $\underline{\gamma}$ - вторинні параметри однорідної лінії - хвильовий опір та коефіцієнт поширення відповідно. Причому

$$\underline{Z}_0 = \frac{\dot{U}_{\text{пр}}}{\dot{I}_{\text{пр}}} = \frac{\dot{U}_{\text{зв}}}{\dot{I}_{\text{зв}}} = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}$$

а

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta$$

де: α - стала згасання; β - коефіцієнт фази.

Коефіцієнт поширення визначає основні параметри біжучих хвиль (довжину хвилі λ та фазову швидкість $v_{\text{ф}}$)

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad v_{\text{ф}} = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{\beta};$$

Відношення комплексних амплітуд струмів або напруг зворотної та прямої хвиль називається коефіцієнтом відбиття.

В однорідній лінії з хвильовим опором \underline{Z}_0 коефіцієнт відбиття по напрузі в кінці лінії визначають по формулі:

$$\underline{P}_{\text{від}} = \frac{\dot{U}_{\text{зв}}}{\dot{U}_{\text{пр}}} = \frac{\underline{Z}_{\text{н}} - \underline{Z}_0}{\underline{Z}_{\text{н}} + \underline{Z}_0}$$

Якщо навантаження довгої лінії $\underline{Z}_H = \underline{Z}_0$ (режим узгодженого навантаження) то $\underline{P}_{\text{від}} = 0$ (відбиття немає) і $\dot{U}_{3B} = 0$, тобто $\dot{U}(x) = \dot{U}_{\text{пр}}(x)$ або $\dot{U}(y) = \dot{U}_{\text{пр}}(y)$. Очевидно, що при цьому рівняння для напруги та струму в лінії спрощуються.

Зокрема, наприклад, для миттєвих значень напруги :

$$U(x) = \text{Im} \left[\dot{U}_{\text{пр}} e^{-\gamma x} e^{j\omega t} \right] = U_{\text{пр1}} e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x + \psi)$$

Лінія в якій $\alpha \neq f(\omega)$ та $\beta \neq f(\omega)$ називається лінією без спотворень.

В такій лінії повинна виконуватися умова Хевісайда

$$\frac{L_0}{C_0} = \frac{R_0}{G_0}$$

При цьому,

$$\underline{Z}_0 = \rho_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad ; \quad \alpha = \sqrt{R_0 G_0} \quad ; \quad \beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}$$

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

Приклад 8.1. Лінія без спотворень працює в режимі узгодженого навантаження. Задані миттєві значення напруги і струму :

$$U = U_m 2 e^{\alpha y} \sin(\omega t + \beta y) = 10 e^{+10^{-4} y} \sin \omega(t + 2 \cdot 10^{-5} y) \text{ В};$$

$$I = I_m 2 e^{\alpha y} \sin(\omega t + \beta y) = 0,2 e^{+10^{-4} y} \sin \omega(t + 2 \cdot 10^{-5} y) \text{ А},$$

де координата "y" в кілометрах відраховується від кінця лінії. Визначити : хвильовий опір лінії Z_0 ; фазову швидкість V_{ϕ} , ефективну напругу на опорі навантаження U_2 ; погонні параметри лінії R_0 і G_0 ; час поширення сигналу вздовж лінії довжиною $\ell = 100$ км; довжину лінії ℓ_1 , на якій ослаблення сигналу рівно 1 Нп.

Рішення : Згідно заданих миттєвих значень напруги і струму відомі їх амплітуда в кінці лінії : $U_{m2} = 10 \text{ В}$, $I_{m2} = 0,2 \text{ А}$. Оскільки заданий узгоджений режим, то $Z_n = Z_o$, отже $Z_o = \frac{U_{m2}}{I_{m2}} = \frac{10}{0,2} = 50 \text{ Ом}$. Фазова

швидкість $V_\phi = \frac{\omega}{\beta}$. Із виразу для U : $\beta = \omega \cdot 2 \cdot 10^{-5}$, отже

$$V_\phi = \frac{1}{2 \cdot 10^{-5}} = 5 \cdot 10^4 \text{ м/с}. \text{ Ефективне значення напруги на опорі}$$

$$\text{навантаження : } U_2 = \frac{U_{m2}}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7,70 \text{ В}.$$

Для лінії без спотворень справедливі рівності:

$$R_o = \alpha Z_o = 10^{-4} \cdot 50 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Ом/м}; \quad G_o = \frac{\alpha}{Z_o} = \frac{10^{-4}}{50} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ См/км}.$$

$$\text{Час поширення сигналу : } \tau = \frac{\ell}{V_\phi} = \frac{100}{5 \cdot 10^4} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ с} \text{ Ослаблення сигналу}$$

$$\text{на 1 Нп буде при довжині } \ell_1 = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{10^{-4}} = 10^4 \text{ м}.$$

Задача 8.1. Загальні умови для всіх варіантів.

Лінія без спотворень працює в режимі узгодженого навантаження. Миттєві значення напруги u та струму i в довільній точці з координатою y що відраховується від кінця лінії, задані виразами :

$$u = U_{m2} e^{\alpha y} \sin \omega(t + Ky)$$

$$i = I_{m2} e^{\alpha y} \sin \omega(t + Ky)$$

де U_{m2} і I_{m2} - амплітуди напруги і струму в кінці лінії; α - коефіцієнт ослаблення; ω - кутова частота; t - час; K - масштабний множник.

Додаткові умови для окремих варіантів:

Варіант 1. Визначити: опір навантаження Z_n , фазову швидкість V_ϕ , активну провідність лінії на одиницю довжини G_o . Результати записати в таблицю.

Варіант 2. Визначити: миттєву потужність P в кінці лінії в момент часу $t=T/4$, де T - період; коефіцієнт фази β при $\omega=10^3$ рад/с; активний опір лінії на одиницю довжини R_0 . Результати записати в таблицю.

Варіант 3. Визначити: хвильовий опір лінії Z_0 , фазову швидкість V_ϕ , активний опір лінії на одиницю довжини R_0 . Результати записати в таблицю.

Варіант 4. Визначити: миттєву потужність P в кінці лінії в момент часу $t=T/4$, де T - період; коефіцієнт фази β при $\omega=10^4$ рад/с; активну провідність лінії на одиницю довжини G_0 . Результати записати в таблицю.

Варіант 5. Визначити: опір навантаження Z_n , коефіцієнт фази β при $\omega=10^4$ рад/с; активний опір лінії на одиницю довжини R_0 . Результати записати в таблицю.

Варіант 6. Визначити: миттєву потужність P в кінці лінії в момент часу $t=T/4$, де T - період; фазову швидкість V_ϕ ; активну провідність лінії на одиницю довжини G_0 . Результати записати в таблицю.

2. Лінія без втрат.

Рівняння довгої лінії без втрат ($R_0 = G_0 = 0$) в комплексній формі в залежності від точки відліку мають таку форму :

а) при відліку відстані x від початку лінії

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_1 \cos \beta x - j \dot{I}_1 Z_0 \sin \beta x;$$

$$\dot{I}(x) = \dot{I}_1 \cos \beta x - j \frac{\dot{U}_1}{Z_0} \sin \beta x;$$

б) при відліку відстані y від кінця лінії

$$\dot{U}(y) = \dot{U}_2 \cos \beta y + j \dot{I}_2 Z_0 \sin \beta y;$$

$$\dot{I}(y) = \dot{I}_2 \cos \beta y + j \frac{\dot{U}_2}{Z_0} \sin \beta y.$$

Для лінії без втрат: $\alpha = 0$; $\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}$; $\underline{\gamma} = j\beta$; $Z_0 = \rho_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$.

Вхідний опір лінії ($\underline{Z}_{вх}$) представляє відношення комплексної напруги до струму в точках підключення джерела. Зокрема для лінії без втрат

$$\underline{Z}_{вх} = \rho_0 \frac{\underline{Z}_н + j\rho_0 \operatorname{tg} \beta \ell}{\rho_0 + j\underline{Z}_н \operatorname{tg} \beta \ell}.$$

Про ступінь узгодженості лінії з навантаженням можна судити по коефіцієнтах біжучої хвилі $K_{бх}$ та стоячої хвилі $K_{сх}$:

$$K_{бх} = \frac{U_{пр} - U_{зв}}{U_{пр} + U_{зв}} = \frac{1 - |p|_{від}}{1 + |p|_{від}}, \quad K_{сх} = \frac{1}{K_{бх}}.$$

Приклад 8.2. Лінія без втрат довжиною $\ell = 2$ м розімкнена в кінці.

Задані: $\rho_0 = 400$ Ом, $\beta = 1.57$ рад/м; напруга на початку лінії $U_1 = 4 \sin(\omega t + \pi/2)$ В.

Визначити комплексну напругу в кінці, в середині лінії, вхідний опір лінії з такими ж параметрами, але довжиною $\ell = 0.5$ м в режимах холостого ходу і короткого замикання. Зрівняти довжину заданої лінії з довжиною хвилі.

Рішення : В режимі холостого ходу при відліку координат від кінця для лінії без втрат справедлива залежність $\dot{U}(y) = \dot{U}_2 \cos \beta y$, де \dot{U}_2 - напруга в кінці лінії. Зокрема, при $y = \ell = 2$ м, тобто $\beta \ell = \pi$, напруга на початку лінії $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cos \beta \ell$, звідки $\dot{U}_2 = \dot{U}_1(\ell) / \cos \beta \ell = -4e^{j90^\circ}$ В. При $y = 0.5\ell$, напруга $\dot{U}(0.5\ell) = \dot{U}_2 \cos 0.5\beta \ell = U_2 \cos \frac{\pi}{2} = 0$. Отже, напруга в кінці лінії дорівнює 4В, а в середині лінії рівна нулю. Оскільки $\beta = 2\pi/\lambda$, де λ - довжина хвилі, а $\beta \ell = \pi$, то $\beta \lambda = 2\pi$ і довжина лінії $\ell = \lambda/2$. При $\ell_1 = 0.5$ м маємо $\ell_1 = \lambda/8$ і вхідний опір лінії при холостому ході

$$\underline{Z}_{хх} = -j\rho_0 \operatorname{ctg}\left(\frac{\lambda}{8} \beta\right) = -j400 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = -j400 \text{ Ом}$$

тобто ємнісний опір, а при короткому замиканні

$$\underline{Z}_3 = j\rho_0 \operatorname{tg} \frac{\lambda}{8} \beta = j400 \text{ Ом} - \text{індуктивний опір.}$$

Задача 8.2. Загальні умови для всіх варіантів.

Лінія без втрат має довжину, рівну чверті (варіанти 1, 2, 3) або половині (варіанти 4, 5, 6) довжини хвилі λ . Розрахувати для окремих варіантів різниці фаз ψ і опори \underline{Z}_1 і \underline{Z}_2 . Результати записати в таблицю.

Чисельні дані для індивідуальних кодів приведені в таблиці

Додаткові умови для кодів:

Коди 1, 7, 13, 19, 25. Тут: ψ - різниця фаз між напругою на початку лінії та струмом в кінці лінії; \underline{Z}_1 - вхідний опір лінії при опорі навантаження Z_H ; \underline{Z}_2 - вхідний опір короткозамкненої лінії; Z_0 - хвильовий опір лінії.

Коди 2, 8, 14, 20. Тут: ψ - різниця фаз між струмом на початку лінії та напругою в кінці лінії; \underline{Z}_1 - вхідний опір розімкненої лінії; \underline{Z}_2 - опір навантаження лінії при вхідному опорі $Z_{вх}$; Z_0 - хвильовий опір лінії.

Коди 3, 9, 15, 21. Тут: ψ - різниця фаз між напругою на початку лінії та напругою в кінці лінії при опорі навантаження \underline{Z}_2 ; \underline{Z}_1 - вхідний опір розімкненої лінії; \underline{Z}_2 - опір навантаження лінії у якій вхідний опір $Z_{вх}$.

Коди 4, 10, 16, 22. Тут: ψ - різниця фаз між струмом на початку лінії та струмом в кінці лінії при активному опорі навантаження; \underline{Z}_1 - вхідний опір короткозамкненої лінії; \underline{Z}_2 - хвильовий опір лінії, у якій вхідний опір $Z_{вх}$ при опорі навантаження Z_H .

Коди 5, 11, 17, 23. Тут: ψ - різниця фаз між струмом на початку лінії та струмом в кінці навантаженої лінії; \underline{Z}_1 - вхідний опір короткозамкненої лінії; \underline{Z}_2 - вхідний опір лінії, навантаженої на опір Z_H .

Коди 6, 12, 18, 24. Тут: ψ - різниця фаз між струмом на початку лінії та напругою в кінці лінії навантаженої на опір Z_H ; \underline{Z}_1 - вхідний опір лінії при цьому опорі навантаження; \underline{Z}_2 - вхідний опір розімкненої лінії.

8.3. Коефіцієнти біжучої хвилі. Параметри чвертьхвильового трансформатора.

Приклад 8.3. Лінія без втрат має довжину рівну чверті довжини хвилі ($\ell = \lambda/4$) і активний опір навантаження $R_H = 150 \text{ Ом}$. Відомі напруга в пучності $U_{\max} = 2 \text{ В}$ і коефіцієнт відбиття $P_{\text{від}} = 1/3$.

Визначити хвильовий опір лінії ρ_0 , коефіцієнт біжучої хвилі $K_{\text{б х}}$ мінімальну напругу U_{\min} в узлі та вхідний опір лінії.

Рішення: $\rho_0 = R_H \frac{1 - P_{\text{від}}}{1 + P_{\text{від}}} = 75 \text{ Ом}$. Коефіцієнт біжучої хвилі -

$$K_{\text{б х}} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}} = \frac{1 - P_{\text{від}}}{1 + P_{\text{від}}} = \frac{\rho_0}{R_H} = 0.5. \quad U_{\min} = K_{\text{б х}} U_{\max} = 1 \text{ В}.$$

Вхідний опір лінії -

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \rho_0 \frac{R_H + j\rho_0 \operatorname{tg} \beta \ell}{\rho_0 + jR_H \operatorname{tg} \beta \ell}; \quad \beta \ell = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}; \quad Z_{\text{вх}} = \frac{\rho_0^2}{R_H} = 37.5 \text{ Ом}.$$

Задача 8.3. Загальні умови для всіх варіантів.

Лінія без втрат довжиною $\lambda/4$ з хвильовим опором ρ_0 застосовується як узгоджувальний чотирьохполюсник між другою лінією без втрат з хвильовим опором ρ_{01} і навантаженням з опором R_H (Рис.8.3). Визначити вхідний опір $Z_{\text{вх}}$ чвертьхвильового відрізка (трансформатора) з опором навантаження R_H і хвильовий опір ρ_{01} лінії, що живить трансформатор.

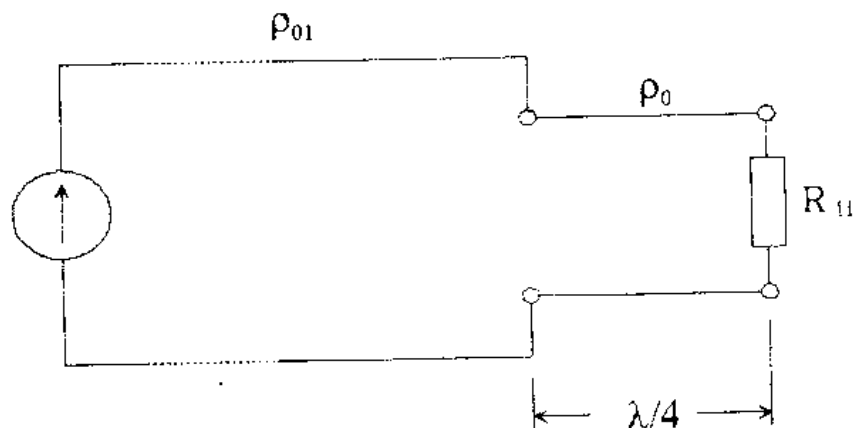


Рис.8.3

ЗАВДАННЯ №9

Сигнали та їх спектри.

Багато задач радіотехніки потребують специфічної форми представлення сигналів. В більшості випадків таку форму отримують шляхом заміни реального сигналу сумою елементарних сигналів.

1. Гармонічний аналіз періодичних коливань.

Особливо просто розкладання сигналу на елементарні здійснюється для періодичних процесів, математичній моделі яких притаманна така властивість

$$f(t) = f(t + nT) \text{ де } n=1,2,3,\dots; T - \text{період сигналу.}$$

Будь яку періодичну функцію $f(t)$, що задовільняє умовам Діріхле (тобто функція повинна бути обмеженою і мати на протязі періоду скінчену кількість розривів першого роду та скінчене число максимумів та мінімумів) можна представити у вигляді тригонометричного ряду (ряду Фур'є) з допомогою функцій $\sin n\Omega t$ і $\cos n\Omega t$ де $n=1,2,3,\dots$, $\Omega = 2\pi F = 2\pi/T$:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\Omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\Omega t. \quad (9.1)$$

Коефіцієнти ряду (9.1) дорівнюють

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos n\Omega t \, dt; \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin n\Omega t \, dt$$

Часто зручніше подати і фізично інтерпретувати ряд Фур'є у вигляді суми функцій одного виду (проте з різними фазами)

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(n\Omega t + \varphi_n) \quad (9.2)$$

Перехід від однієї форми ряду (9.1) до другої (9.2) здійснюється за допомогою формул

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \varphi_n = \arctg \frac{a_n}{b_n}, \quad (9.3)$$

а зворотній перехід -

$$a_n = c_n \sin \varphi_n, \quad b_n = c_n \cos \varphi_n. \quad (9.4)$$

Як впливає з останньої форми подання періодичного процесу, ряд (9.2) є сума постійної складової $a_0/2$ і гармонічних коливань з частотами $n\Omega$, амплітудами c_n та початковими фазами φ_n . Складові цієї суми називаються гармоніками, а сукупність гармонік - спектром.

Ряду Фур'є можна надати комплексну форму

$$f(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \dot{F}_n e^{jn\Omega t} \quad (9.5)$$

де комплексний коефіцієнт

$$\dot{F}_n = a_n - jb_n = F_n e^{-j(\frac{\pi}{2} - \varphi_n)} \quad (9.6)$$

Графічне зображення коефіцієнтів ряду (9.2) прийнято називати спектральною діаграмою періодичного сигналу. Розрізняють амплітудні (рис.9.1.1-П,а) та фазові (рис.9.1.1-П,б) спектральні діаграми.

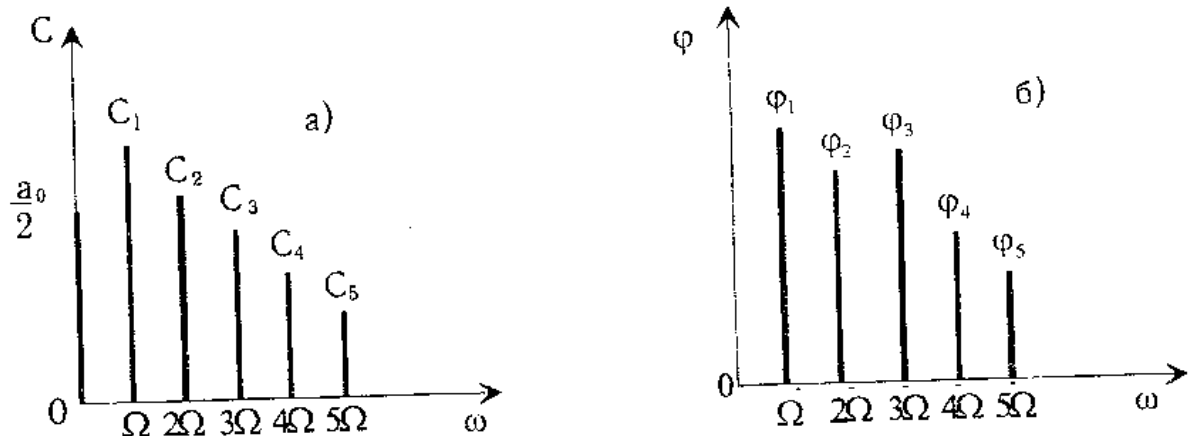


Рис.9.1.1-П.

Періодичні функції $f(t)$ мають дискретний спектр.

Приклад 9.1.

Розкласти в тригонометричний ряд Фур'є сигнал, що представляє собою періодичну послідовність прямокутних імпульсів зображених на рис.9.1.2-П.

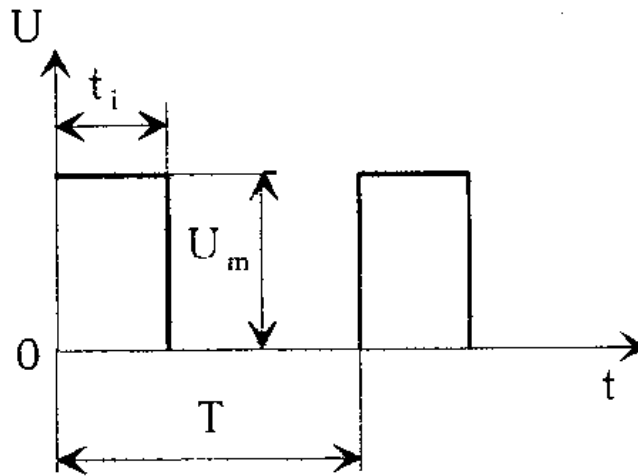


Рис.9.1.2-П

Дано $U_m=10$ В, $t_i=0.2$ мкс, $T=1$ мс. Отриману функцію також подати у вигляді комплексного ряду Фур'є. Побудувати амплітудно-частотний спектр в залежності від номера гармоніки n.

Рішення. Рівняння заданої кривої: на проміжку часу від $t=0$ до $t=t_i$ - $f_1(t) = U_m$, а в інтервалі від $t = t_i$ до $t = T$ - $f_2(t) = 0$. Розбиваючи область інтегрування на два проміжки і враховуючи, що $f_1(t) = U_m$ а $f_2(t) = 0$ знаходимо коефіцієнти ряду Фур'є та початкові фази гармонік:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \left[\int_0^{t_i} f_1(t) dt + \int_{t_i}^T f_2(t) dt \right] = \frac{1}{T} \int_0^{t_i} U_m dt = U_m \frac{t_i}{T}; \quad \frac{a_0}{2} = 10 \frac{0.2}{1} = 2;$$

$$a_n = \frac{2}{T} \left[\int_0^{t_i} f_1(t) \cos n\Omega t dt + \int_{t_i}^T f_2(t) \cos n\Omega t dt + \right] =$$

$$= \frac{2}{T} \int_0^{t_i} U_m \cos n\Omega t dt = \frac{2U_m}{n\Omega T} [\sin n\Omega t_i] = \frac{U_m}{\pi n} \sin n\Omega t_i;$$

$$b_n = \frac{2}{T} \left[\int_0^{t_i} f_1(t) \sin n\Omega t dt + \int_{t_i}^T f_2(t) \sin n\Omega t dt + \right] =$$

$$= \frac{2}{T} \int_0^{t_i} U_m \sin n\Omega t dt = -\frac{2U_m}{n\Omega T} [\cos n\Omega t]_0^{t_i} = \frac{U_m}{\pi n} \times (1 - \cos n\Omega t_i);$$

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{U_m}{\pi n} \sqrt{\sin^2 n\Omega t_i + (1 - \cos n\Omega t_i)^2} = \frac{2}{\pi n} \sin \frac{n\Omega t_i}{2};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_n = \frac{a_n}{b_n} = \frac{\sin n\Omega t_i}{1 - \cos n\Omega t_i} = \operatorname{ctg} \frac{n\Omega t_i}{2} = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{n\Omega t_i}{2} \right); \quad \varphi_n = \pi/2 - n\Omega t_i/2.$$

Знаходимо коефіцієнти ряду та початкові фази гармонік, враховуючи що:

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1 \cdot 10^{-3}} = 2\pi \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}; \quad \Omega t_i = 2\pi \cdot 10^3 \cdot 0.2 \cdot 10^{-3} = 0.4\pi \text{ рад.}$$

Для зручності результати розрахунків приведені в таблиці 9.1.

Таблиця 9.1

n	0	1	2	3	4
$n\Omega = \omega_n$	0	$2\pi \cdot 10^3$	$4\pi \cdot 10^3$	$6\pi \cdot 10^3$	$8\pi \cdot 10^3$
$\omega_n t_i/2 = \omega_n \cdot 10^{-4}$	0	0.2π	0.4π	0.6π	0.8π
$\sin(n\Omega t_i/2)$	0	0.588	0.951	0.951	0.588
$C_n, \text{В}$	2	3.74	3.03	2.02	0.935
$\varphi_n, \text{рад}$	-	0.3π	0.1π	-0.1π	-0.3π

Шуканий ряд - $u = [2 + 3.74 \sin(\Omega t + 0.3\pi) + 3.03 \sin(2\Omega t + 0.1\pi) + 2.02 \sin(3\Omega t - 0.1\pi) + 0.935 \sin(4\Omega t - 0.3\pi) + \dots]$, В.

Для представлення ряду Фур'є в комплексній формі знаходимо

$$\text{комплексні амплітуди} - F_n = a_n - jb_n = \frac{U_m}{\pi n} [\sin n\Omega t_i - j(1 - \cos n\Omega t_i)] =$$

$$= \frac{2U_m}{\pi n} \sin \frac{n\Omega t_i}{2} e^{-j\frac{n\Omega t_i}{2}}. \text{ Таким чином, ком-}$$

плексна форма ряду Фур'є набуває вигляду

$$u(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{2U_m}{\pi n} \sin \frac{n\Omega t_i}{2} e^{j\Omega n \left(t - \frac{t_i}{2} \right)}.$$

На основі отриманих результатів на рис.9.1.3-П зображений амплітудно-частот-

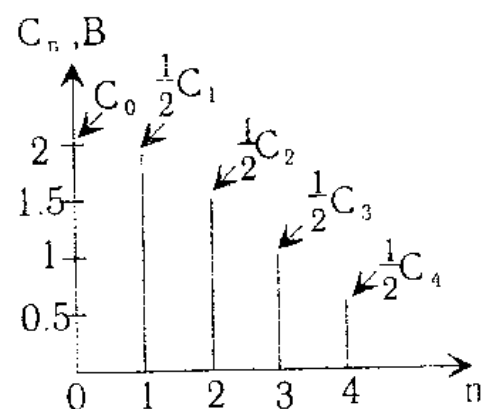


Рис.9.1.3-П

ний спектр напруги в залежності від номера гармоніки для перших чотирьох гармонік.

Задача 9.1.

Знайти тригонометричний ряд Фур'є для періодичних сигналів зображених на рис.9.1. Отриману функцію представити комплексним рядом Фур'є. Побудувати амплітудно-частотний спектр в залежності від номеру гармоніки для перших шести гармонік. (А - номер коду в Вольтах).

Умови для окремих варіантів:

Варіант 1 - рис.9.1.а; Варіант 2 - рис.9.1.б; Варіант 3 - рис.9.1.в; Варіант 4 - рис.9.1.г; Варіант 5 - рис.9.1.д; Варіант 6 - рис.9.1.е.

2.Гармонічний аналіз неперіодичних коливань.

У випадку неперіодичного сигналу суть спектрального представлення полягає в заміні заданої функції часу $f(t)$ сумою нескінченно великої кількості синусоїд амплітуди яких нескінченно малі, а аргументи сусідніх гармонік відрізняються на нескінченно мале значення:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (9.5)$$

Тут інтенсивність спектральних складових визначається спектральною густиною $\dot{S}(\omega)$, яку можна знайти за формулою:

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (9.6)$$

Вирази (9.5) і (9.6) називаються відповідно зворотнім та прямим перетворенням Фур'є.

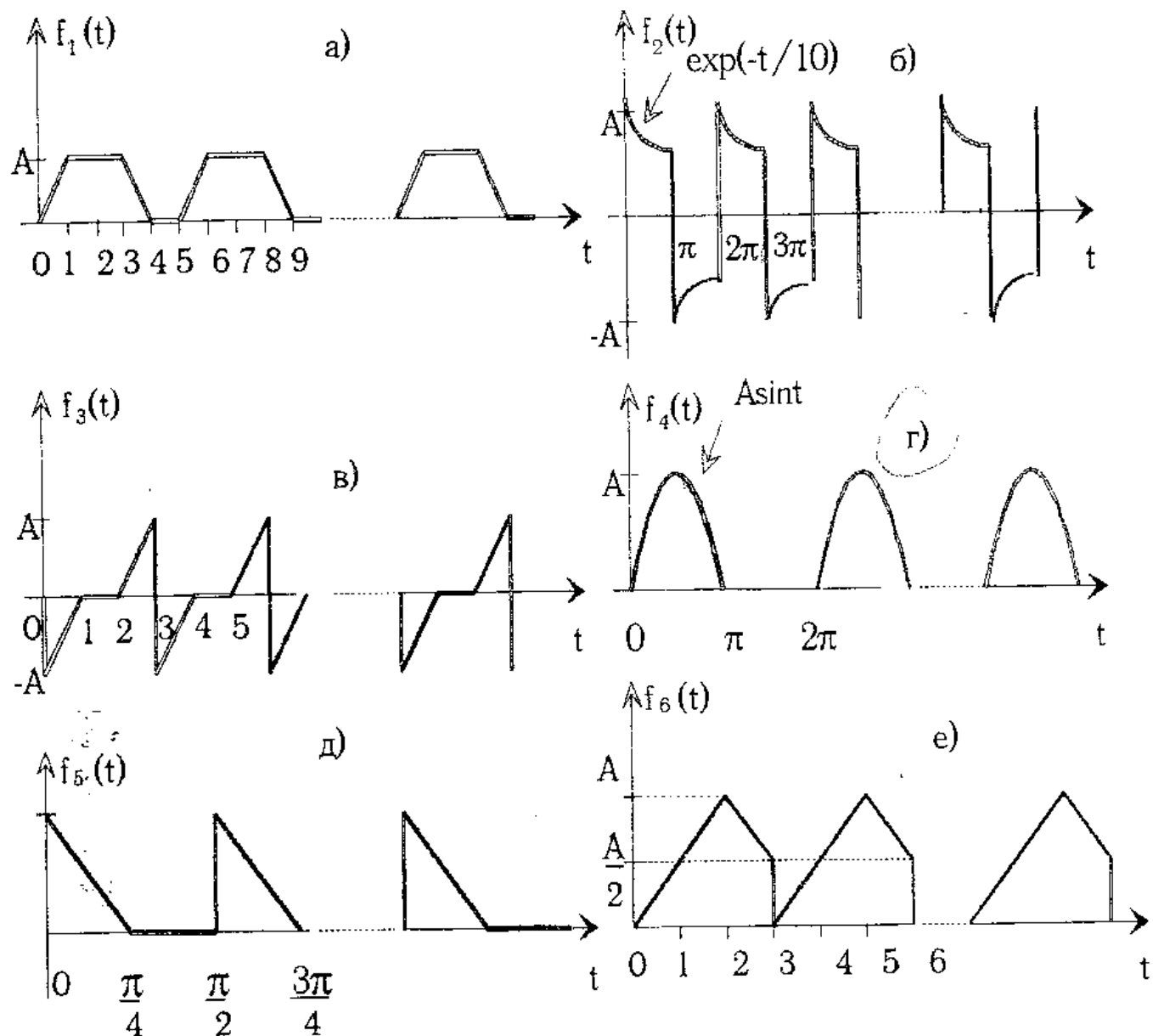


Рис. 9.1

Приклад 9.2. Знайти спектральну густину імпульсу напруги, що має форму рівнобедреного трикутника (рис.9.2.1-П). Побудувати графік модуля спектральної густини, якщо $U=20$ В, $t_i=1$ мс.

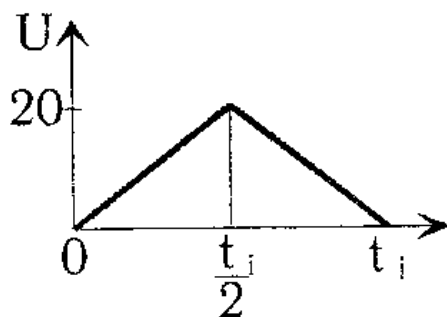


Рис.9.2.1-П

Рішення. Для знаходження спектральної густини скористаємося формулою прямого перетворення Фур'є

(9.6). Для цього запишемо рівняння імпульсу: $u(t) = \frac{2U}{t_i} t$ при $0 \leq t \leq t_i/2$;

та $u(t) = -\frac{2U}{t_i} t + 2U$ при $t_i/2 \leq t \leq t_i$; $u(t) = 0$ при $t \geq t_i$.

Підставляючи $u(t)$ в (9.6) з урахуванням того, що функція вхідної напруги в межах від $-\infty$ до 0 та від t_i до $+\infty$ дорівнює нулеві, маємо

$$U(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)e^{-j\omega t} dt = \int_0^{t_i/2} \frac{2U}{t_i} te^{-j\omega t} dt + \int_{t_i/2}^{t_i} \left(-\frac{2U}{t_i} t + 2U \right) e^{-j\omega t} dt.$$

$$\text{Результат інтегрування - } U(\omega) = Ut_i/2 \left(\frac{\sin \frac{\omega t_i}{4}}{\frac{\omega t_i}{4}} \right) e^{-j\frac{\omega t_i}{2}}.$$

Згідно цього рівняння на рис.9.2.2-П побудований графік модуля спектральної густини. В точці $\omega = 0$ модуль дорівнює 10 В·с/рад. Модуль дорівнює нулеві в точках $\omega t_i/4 = k\pi$ (k – ціле додатне число). Перший нуль ($k = 1$) знаходиться в точці $\omega = 4\pi/t_i = 4\pi \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$. Це відповідає частоті $f = \omega/2\pi = 2000 \text{ Гц} = 2 \text{ кГц}$.

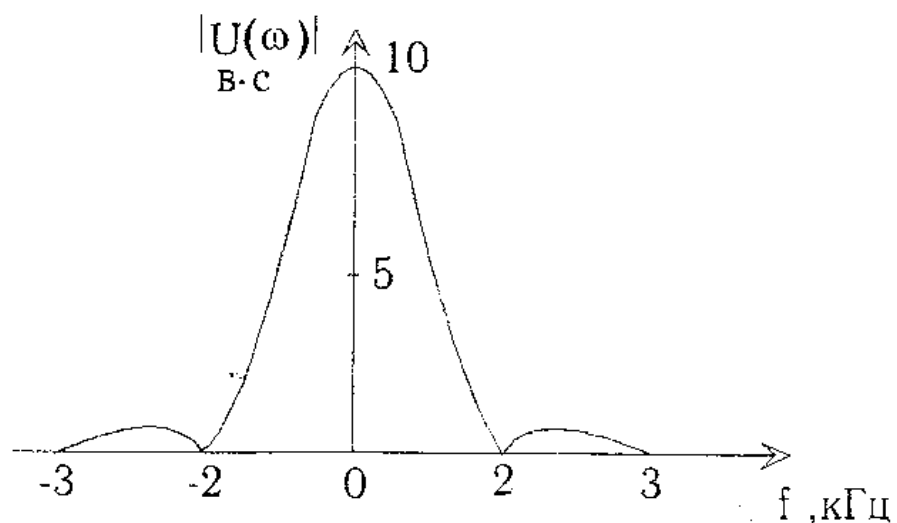


Рис.9.2.2-П

Задача 9.2.

Знайти спектральну густину сигналу, що складається із послідовності n однакових відеоімпульсів (рис.9.1.). Тут: $n = \text{код} + 5$, $A = \text{Код}$, у Вольтах.

Умови для окремих варіантів:

Варіант 6 - рис.9.1.а; Варіант 5 - рис.9.1.б; Варіант 4 - рис.9.1.в; Варіант 3 - рис.9.1.г; Варіант 2 - рис.9.1.д; Варіант 1 - рис.9.1.е.

3. Спектральний метод.

Ідея спектрального методу аналізу полягає в тому, що в лінійних колах на основі принципу суперпозиції складний вхідний сигнал замінюють сумою декількох елементарних (гармонічних) сигналів. Якщо відомий коефіцієнт передачі чотиріполюсника $\dot{K}(\omega)$, то відгук на дію елементарного сигналу знаходиться простим множенням амплітуди гармоніки на $\dot{K}(\omega)$. В подальшому відновлюється вихідний сигнал $\dot{U}_{\text{вих}}(t)$ шляхом підсумовування всіх значень гармонічних складових на виході.

Спектральний метод годиться для аналізу проходження як періодичних так і неперіодичних сигналів. Зокрема, сигнал на виході системи при дії періодичної послідовності на вході, знаходиться як

$$\dot{U}_{\text{вих}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_{\text{вх } n} \dot{K}(n\Omega) e^{jn\Omega t} \quad (9.7)$$

де $\dot{C}_{\text{вх } n}$ - комплексна амплітуда n -ї гармоніки вхідного сигналу.

У випадку неперіодичного вхідного сигналу з спектральною густиною $\dot{S}_{\text{вх}}(\omega)$ сигнал на виході знаходиться за формулою

$$\dot{U}_{\text{вих}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{вх}}(\omega) \dot{K}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (9.8)$$

Практична цінність спектрального методу в кожному конкретному випадку залежить від того, чи вдається здійснити інтегрування по формулі (9.8).

Приклад 9.3. На вхід інтегруючого кола (рис.9.3.1-П,а) подається імпульс (рис.9.3.1-П,б) - $u_{\text{вх}}(t) = A \exp(-\alpha t)$, $A = 10 \text{ В}$; $\alpha = 4 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Постійна часу кола $RC = 0.5 \text{ мкс}$. Визначити спектральну густину сигналу на виході і знайти $u_{\text{вих}}(t)$.

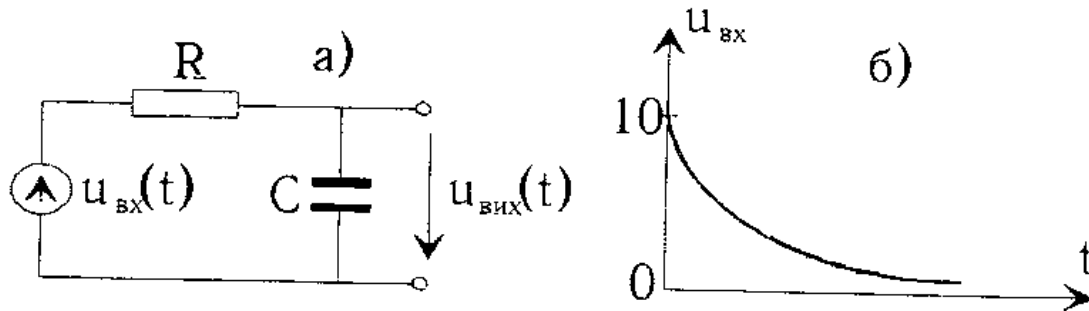


Рис.9.3.1-П

Рішення. Спектральна густина вхідного сигналу

$$S_{\text{вх}}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_{\text{вх}}(t) e^{-j\omega t} dt = \int_0^{+\infty} A e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt = \frac{A}{(\alpha + j\omega)} = \frac{10}{(4 \cdot 10^6 + j\omega)} \text{ В} \cdot \text{с}.$$

Коефіцієнт передачі інтегруючого RC кола: $K(\omega) = 1/(1 + j\omega RC) = 1 / (1 + j\omega \cdot 0.5 \cdot 10^{-6})$.

Спектральна густина сигналу на виході:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{\text{вих}}(\omega) &= \dot{S}_{\text{вх}}(\omega) \cdot \dot{K}(\omega) = \frac{A}{(\alpha + j\omega)} \cdot \frac{1}{(1 + j\omega RC)} = \\ &= \frac{10}{(4 \cdot 10^6 + j\omega)(1 + j\omega \cdot 5 \cdot 10^{-7})} \text{ В} \cdot \text{с}. \end{aligned}$$

Таким чином задача знаходження $u_{\text{вих}}(t)$ зводиться до визначення інтегралу

$$u_{\text{вих}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{S}_{\text{вих}} e^{j\omega t} d\omega = \frac{A}{2\pi\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j\omega t}}{(1 + j\omega/\alpha)(1 + j\omega RC)} d\omega.$$

Розклавши алгебраїчну частину виразу, що стоїть під знаком інтегралу, на елементарні дроби

$$\frac{1}{(1 + j\omega/\alpha)(1 + j\omega RC)} = \frac{1}{1 - \alpha RC} \left(\frac{1}{(1 + j\omega/\alpha)} - \frac{\alpha RC}{(1 + j\omega RC)} \right),$$

і скориставшись тим, що $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j\omega t}}{1 + j\omega x} d\omega = \frac{1}{x} e^{-t/x},$

отримаємо

$$u_{\text{вих}}(t) = \frac{A}{1 - \alpha RC} [\exp(-\alpha t) - \exp(-t/(RC))] = 10(e^{-2 \cdot 10^6 t} - e^{-4 \cdot 10^6 t}), \text{ В.}$$

Графік вихідного сигналу зображений на рис.9.3.2-П.

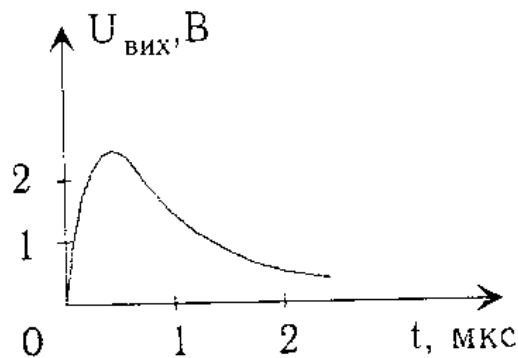


Рис.9.3.2-П

Задача 9.3. На вхід диференціюючого кола (варіанти 1,3,5) (інтегруючого кола - варіанти 2,4,6) подається періодична послідовність прямокутних імпульсів з амплітудою E , тривалістю t_i та періодом T . Початок відліку часу $t=0$ співпадає з фронтом одного із імпульсів. Постійна часу кола $RC=0.159$ мс. Базуючись на спектральній густині поодинокого імпульсу, знайти спектр вхідної імпульсної послідовності. Використовуючи передаточну функцію кола, знайти спектр вихідного сигналу. Побудувати амплітудно частотну та фазо частотну характеристики спектра вихідного сигналу для перших шести гармонік.

Таблиця до задачі 1.1

Код	Варіант 1					Варіант 2						
	I A	U_{ba} B	E_2 B	R_1 Ом	R_2 Ом	U_{R1} B	E_1 B	E_2 B	E_3 B	R_1 Ом	R_2 Ом	R_3 Ом
1	10	48	24	2	1.2	20	60	20	50	100	20	50
2	5	30	20	4	1.4	18	55	25	45	95	30	32
3	8	25	16	5	1.6	16	50	30	40	90	25	36
4	10	20	12	3	1.8	14	45	18	95	85	15	34
5	12	22	8	2	2.0	12	40	15	30	80	10	38
6	4	24	26	1	2.2	10	65	12	55	75	12	40
7	6	26	28	6	2.4	22	70	16	60	70	14	44
8	15	28	30	8	2.6	24	64	17	58	65	16	42
9	7	30	10	7	2.8	26	62	21	56	60	18	46
10	9	32	12	5	3.0	28	58	22	54	62	20	48
11	12	34	14	4	3.2	30	56	23	52	64	22	50
12	8	36	16	2	3.4	20	54	25	50	66	24	52
13	3	38	18	3	3.6	18	52	24	48	68	26	54
14	5	40	20	5	3.8	16	48	18	46	70	28	56
15	8	42	22	6	2.2	14	46	14	44	72	30	58
16	7	44	26	8	2.0	12	44	12	42	74	32	60
17	10	46	28	9	1.8	10	42	13	40	76	34	48
18	12	48	30	6	1.6	22	52	10	38	78	28	46
19	14	50	24	5	1.4	24	54	15	36	80	26	44
20	5	42	22	4	1.2	26	56	18	44	82	24	42
21	6	40	20	3	1.0	28	58	21	46	84	22	40
22	4	38	18	2	0.8	30	60	24	48	86	18	38
23	3	36	16	1	0.6	20	62	27	52	88	16	36
24	7	34	14	4	1.4	18	64	25	54	90	14	34
25	8	32	12	5	1.6	16	66	26	56	92	12	32

Таблиця до задачі 1.1

Код	Варіант 3						Варіант 4							
	U_{ce}	U_{R3}	E_1	R_1	R_2	R_3	E_1	E_2	E_3	R_1	R_2	R_3	R_4	
	В	В	В	Ом	Ом	Ом	В	В	В	Ом	Ом	Ом	Ом	
1	-120	100	60	2.0	1.2	1.0	60	20	20	100	20	80	40	
2	-110	110	70	1.5	1.0	2.0	65	22	22	95	22	85	45	
3	-105	120	80	1.0	1.4	1.5	70	18	18	90	24	90	50	
4	-100	125	90	0.5	1.6	2.5	55	28	28	85	26	95	48	
5	-125	130	85	2.0	1.8	3.0	50	16	16	80	28	100	46	
6	-130	95	75	2.5	2.0	3.5	52	26	26	105	30	98	44	
7	-135	90	65	3.0	2.2	4.0	54	14	14	110	29	96	42	
8	-140	85	55	1.8	2.4	3.8	56	28	28	115	27	94	38	
9	-138	80	50	1.6	2.6	4.2	58	12	12	120	25	92	36	
10	-136	82	52	1.4	2.8	3.6	60	30	30	114	23	88	34	
11	-134	84	54	1.2	1.1	3.4	62	22	22	112	21	86	32	
12	-132	86	56	2.1	1.2	3.2	64	24	24	110	19	84	30	
13	-128	88	58	2.2	1.3	3.0	66	18	18	108	17	82	35	
14	-126	92	60	2.4	1.4	2.8	68	26	26	106	15	80	36	
15	-124	94	62	2.6	1.9	2.6	70	16	16	104	14	78	38	
16	-122	96	64	2.8	1.8	2.4	58	14	14	102	12	76	37	
17	-120	98	66	3.0	1.7	2.2	56	28	28	100	10	74	39	
18	-118	100	68	1.8	1.6	2.0	54	30	30	98	16	72	40	
19	-116	102	70	1.6	1.5	1.8	52	22	22	96	18	70	41	
20	-114	104	72	1.4	1.4	1.6	62	20	20	94	20	82	43	
21	-112	106	74	1.2	1.3	1.4	64	18	18	92	22	84	45	
22	-110	108	76	1.0	1.2	1.2	66	16	16	90	24	86	47	
23	-108	110	78	0.8	1.1	1.5	68	14	14	88	26	88	49	
24	-106	112	80	0.6	1.4	1.3	58	12	12	86	28	78	50	
25	-104	114	64	1.5	1.6	1.7	56	17	17	84	30	76	52	

Таблиця до задачі 1.1

Код	Варіант 5					Варіант 6						
	I А	U _{са} В	E ₁ В	R ₁ кОм	R ₂ кОм	I А	E ₁ В	E ₂ В	E ₃ В	E ₄ В	R ₁ Ом	R ₂ Ом
1	0.1	100	60	0.8	1.2	0.2	60	20	20	20	100	20
2	0.2	105	62	0.6	1.1	0.4	62	18	18	18	95	19
3	0.3	110	64	0.4	1.0	0.6	64	16	16	16	90	21
4	0.4	108	66	0.2	1.3	0.8	66	14	14	14	85	17
5	0.5	106	68	0.3	1.4	1.0	68	12	12	12	80	23
6	0.1	104	70	0.5	1.5	1.2	70	15	15	15	105	15
7	0.2	102	69	0.7	1.6	1.1	69	17	17	17	110	25
8	0.3	100	67	0.9	1.2	0.9	67	19	19	19	115	13
9	0.4	98	65	1.1	1.1	0.7	65	21	21	21	114	27
10	0.5	96	63	1.2	1.3	0.5	63	23	23	23	112	11
11	0.8	94	61	1.3	1.5	0.3	61	25	25	25	110	29
12	0.7	92	60	1.4	1.7	0.1	59	27	27	27	108	30
13	0.6	90	58	1.5	1.9	0.2	57	29	29	29	106	28
14	0.2	88	56	1.2	2.1	0.4	55	28	28	28	104	26
15	0.3	86	54	1.0	2.2	0.6	53	26	26	26	102	24
16	0.4	84	52	0.8	2.3	0.8	51	24	24	24	100	22
17	0.5	82	50	0.7	2.4	1.0	50	22	22	22	98	20
18	0.6	80	51	0.6	2.5	1.2	52	20	20	20	96	18
19	0.7	81	53	0.5	1.8	1.4	54	15	15	15	94	16
20	0.8	83	55	0.4	1.7	1.6	56	17	17	17	92	14
21	0.2	85	57	0.7	1.6	1.8	58	19	19	19	90	12
22	0.1	87	59	0.9	1.5	0.4	60	21	21	21	88	21
23	0.3	89	61	1.2	1.4	0.6	62	13	13	13	86	23
24	0.4	90	63	1.4	1.3	0.8	64	12	12	12	84	25
25	0.5	92	65	1.6	1.2	1.0	66	14	14	14	82	27

Таблиця до задач 1.2-1.3

Варіанти 1, 3, 5									Варіанти 2, 4, 6							
К о д	E1 В	E2 В	E3 В	R1 Ом	R2 Ом	R3 Ом	R4 Ом	R5 Ом	E1 В	E2 В	E3 В	R1 Ом	R2 Ом	R3 Ом	R4 Ом	R5 Ом
1	10	20	15	1.5	1.5	1.5	30	20	20	40	30	1.2	1.2	1.2	70	90
2	8	22	17	2.5	2.5	2.5	35	22	25	45	35	1.4	1.4	1.4	75	88
3	12	24	19	1.2	1.2	1.2	40	24	30	50	40	1.1	1.1	1.1	80	86
4	6	26	21	1.0	1.0	1.0	45	26	35	55	45	0.9	0.9	0.9	85	84
5	14	28	23	0.8	0.8	0.8	50	28	40	60	50	0.8	0.8	0.8	90	82
6	5	30	24	1.3	1.3	1.3	25	30	38	58	48	0.6	0.6	0.6	88	86
7	15	29	26	1.4	1.4	1.4	20	32	36	56	46	0.7	0.7	0.7	86	78
8	11	27	28	1.6	1.6	1.6	22	34	34	54	44	1.3	1.3	1.3	84	76
9	13	25	30	1.8	1.8	1.8	24	36	32	52	42	1.5	1.5	1.5	82	74
10	17	23	13	2.0	2.0	2.0	26	38	31	51	39	1.7	1.7	1.7	80	72
11	19	21	11	2.1	2.1	2.1	28	40	33	49	37	1.9	1.9	1.9	78	70
12	20	19	10	2.2	2.2	2.2	29	39	35	47	35	1.8	1.8	1.8	76	71
13	18	17	12	2.4	2.4	2.4	27	37	37	45	33	1.6	1.6	1.6	74	73
14	16	15	14	2.3	2.3	2.3	25	35	39	43	31	1.4	1.4	1.4	72	75
15	14	13	16	1.6	1.6	1.6	23	33	19	41	29	1.2	1.2	1.2	71	77
16	12	11	18	1.5	1.5	1.5	21	31	17	39	32	1.1	1.1	1.1	73	79
17	10	14	20	1.2	1.2	1.2	19	29	15	37	34	0.7	0.7	0.7	75	80
18	8	16	21	1.4	1.4	1.4	25	27	13	35	36	0.8	0.8	0.8	77	81
19	6	18	22	1.7	1.7	1.7	27	25	12	33	38	0.6	0.6	0.6	79	83
20	9	20	16	1.9	1.9	1.9	29	33	14	31	40	0.5	0.5	0.5	81	85
21	7	22	14	1.2	1.2	1.2	30	21	16	32	42	1.3	1.3	1.3	83	87
22	12	24	12	1.4	1.4	1.4	32	20	14	31	40	0.5	0.5	0.5	81	85
23	14	26	18	1.6	1.6	1.6	34	22	20	36	46	1.7	1.7	1.7	87	91
24	16	28	20	1.8	1.8	1.8	36	24	22	38	48	1.9	1.9	1.9	89	93
25	15	30	22	1.5	1.5	1.5	28	26	24	40	50	1.6	1.6	1.6	90	95

Таблиця до задачі 2.1

Код	Варіант 1, 3, 5			Варіант 2, 4, 6		
	Рисунок	Амплітуда струмів	Час t_f , с	Рисунок	Амплітуда струмів	Час t_f , с
1	2.1.1	$2\sqrt{2}$	$1/4f$	2.1.2	$1.5\sqrt{2}$	$1/4f$
2	2.1.2	$1.5\sqrt{2}$	$1/6f$	2.1.3	$\sqrt{6}$	$1/6f$
3	2.1.3	$\sqrt{6}$	$1/12f$	2.1.4	$\sqrt{2}$	$1/12f$
4	2.1.4	$0.5\sqrt{6}$	$1/6f$	2.1.5	$0.5\sqrt{6}$	$1/6f$
5	2.1.5	$3\sqrt{2}$	$1/12f$	2.1.6	$3\sqrt{2}$	$1/12f$
6	2.1.6	$\sqrt{2}$	$1/2f$	2.1.1	$2\sqrt{2}$	$1/2f$
7	2.1.3	$2\sqrt{2}$	$1/4f$	2.1.2	$1.5\sqrt{2}$	$1/4f$
8	2.1.2	$1.5\sqrt{2}$	$1/8f$	2.1.3	$\sqrt{6}$	$1/6f$
9	2.1.1	$\sqrt{6}$	$1/10f$	2.1.4	$\sqrt{2}$	$1/12f$
10	2.1.4	$0.5\sqrt{6}$	$1/6f$	2.1.5	$0.5\sqrt{6}$	$1/6f$
11	2.1.6	$3\sqrt{2}$	$1/4f$	2.1.6	$3\sqrt{2}$	$1/12f$
12	2.1.5	$2\sqrt{2}$	$1/2f$	2.1.1	$2\sqrt{2}$	$1/2f$
13	2.1.1	$1.5\sqrt{2}$	$1/8f$	2.1.2	$1.5\sqrt{6}$	$1/4f$
14	2.1.2	$\sqrt{6}$	$1/12f$	2.1.3	$\sqrt{6}$	$1/6f$
15	2.1.3	$0.5\sqrt{6}$	$1/10f$	2.1.4	$\sqrt{2}$	$1/12f$
16	2.1.4	$3\sqrt{2}$	$1/6f$	2.1.5	$0.5\sqrt{6}$	$1/6f$
17	2.1.5	$2\sqrt{2}$	$1/4f$	2.1.6	$3\sqrt{2}$	$1/12f$
18	2.1.6	$1.5\sqrt{2}$	$1/2f$	2.1.1	$2\sqrt{2}$	$1/2f$
19	2.1.2	$\sqrt{6}$	$1/8f$	2.1.2	$1.5\sqrt{2}$	$1/6f$
20	2.1.1	$0.5\sqrt{6}$	$1/12f$	2.1.3	$\sqrt{6}$	$1/12f$
21	2.1.3	$3\sqrt{2}$	$1/10f$	2.1.4	$\sqrt{2}$	$1/6f$
22	2.1.5	$1.5\sqrt{2}$	$1/6f$	2.1.5	$0.5\sqrt{6}$	$1/12f$
23	2.1.4	$\sqrt{6}$	$1/4f$	2.1.6	$3\sqrt{2}$	$1/2f$
24	2.1.6	$0.5\sqrt{6}$	$1/2f$	2.1.1	$2\sqrt{2}$	$1/4f$
25	2.1.1	$3\sqrt{2}$	$1/8f$	2.1.2	$1.5\sqrt{2}$	$1/6f$

Таблиця до задачі 2.2

Код	Варіант 1						Варіант 2					
	U_m В	ω рад/с	ψ_u	Z Ом	N	$\varphi_{u \rightarrow i}$	C_1 мкф	C_2 мкф	R Ом	I_m А	ω рад/с	ψ_i
1	$160\sqrt{2}$	10^6	-90°	$80\sqrt{2}$	3	45°	2	4	26	2.5	$5 \cdot 10^4$	90°
2	$140\sqrt{2}$	10^4	90°	70	2	30°	3	2	20	2	$6 \cdot 10^4$	80°
3	145	10^3	80°	60	1.5	40°	5	3	18	3	$8 \cdot 10^4$	70°
4	165	10^5	-70°	65	4	45°	4	1	22	3.5	$4 \cdot 10^4$	75°
5	170	10^6	-60°	75	5	50°	1	6	24	4	$2 \cdot 10^4$	85°
6	140	10^4	60°	80	4.5	55°	2	5	28	4.5	$6 \cdot 10^3$	90°
7	135	10^2	70°	85	5.5	60°	6	4	30	5	$8 \cdot 10^3$	60°
8	130	10^3	80°	90	3	55°	5	2	32	1.5	10^5	55°
9	145	10^5	90°	65	3.5	45°	4	3	34	1.8	10^6	50°
10	150	10^6	45°	60	2.5	30°	3	4	36	2.2	$2 \cdot 10^5$	45°
11	155	10^7	30°	65	2	35°	2	5	28	2.4	$4 \cdot 10^5$	40°
12	160	10^5	-45°	50	1.5	40°	6	1	26	2.6	$6 \cdot 10^5$	35°
13	165	10^4	-30°	70	2	50°	5	3	24	2.8	$8 \cdot 10^5$	30°
14	170	10^3	-55°	75	2.5	55°	4	2	22	3	$9 \cdot 10^4$	90°
15	150	10^2	-60°	80	3	60°	3	4	20	4.2	$5 \cdot 10^4$	85°
16	145	10^6	70°	85	3.5	60°	2	7	18	4.4	$6 \cdot 10^4$	80°
17	140	10^5	75°	90	4	50°	1	8	16	4.6	$7 \cdot 10^4$	75°
18	135	10^4	80°	75	4.5	45°	5	6	14	4.8	$8 \cdot 10^4$	70°
19	130	10^3	85°	70	5	30°	4	5	24	5.2	$9 \cdot 10^4$	72°
20	146	10^2	90°	65	3.5	40°	3	4	26	3.8	10^5	68°
21	154	10^6	-90°	60	3	45°	2	3	28	3.6	$2 \cdot 10^5$	65°
22	156	10^5	-80°	55	2.5	50°	6	2	30	3.2	$4 \cdot 10^5$	60°
23	158	10^4	-70°	50	2	55°	4	1	32	3.4	$6 \cdot 10^5$	55°
24	160	10^3	-60°	62	1.5	60°	2	4	34	2.8	$8 \cdot 10^5$	50°
25	165	10^2	-45°	64	3.5	65°	3	5	36	2.4	10^6	45°

Таблиця до задачі 2.2

Варіант 3							Варіант 4						
Код	U_m В	ω рад/с	ψ_u	Z Ом	$\varphi_{u \rightarrow i}$	N	L Γ_H	L_K Γ_H	R Ом	I_m А	ω рад/с	ψ_i	
1	20	60	60°	40	60°	1.92	0.4	0.8	200	2	100	-120°	
2	25	50	70°	45	50°	2	0.5	1.0	250	2.5	120	-90°	
3	30	40	75°	50	40°	2.1	0.6	1.2	300	3.5	130	-110°	
4	35	30	78°	55	30°	2.2	0.7	1.4	150	4.5	140	-130°	
5	40	70	80°	60	52°	2.4	0.8	1.6	100	2.2	150	-125°	
6	36	80	85°	58	54°	2.6	0.9	1.8	125	2.4	160	-118°	
7	34	90	84°	56	56°	2.8	0.2	0.4	130	2.6	170	-115°	
8	32	95	82°	54	58°	3	0.3	0.6	135	2.8	180	-112°	
9	30	85	80°	52	60°	2.9	0.4	0.8	140	2.9	190	-110°	
10	28	75	78°	50	48°	2.7	0.5	1.0	145	2.7	200	-105°	
11	26	65	76°	48	46°	2.5	0.6	1.2	150	2.5	195	-102°	
12	24	55	75°	46	42°	2.1	0.7	1.4	155	2.3	180	-100°	
13	22	45	74°	44	40°	1.9	0.8	1.6	160	3.1	185	-98°	
14	20	35	72°	42	38°	1.7	0.9	1.8	165	3.3	170	-96°	
15	18	25	70°	40	36°	1.5	0.2	0.4	170	3.5	175	-94°	
16	16	20	68°	38	34°	1.3	0.3	0.6	175	3.7	160	-90°	
17	14	30	66°	36	32°	2.1	0.4	0.8	180	3.9	165	-102°	
18	22	40	64°	34	30°	2.3	0.5	1.0	185	4.1	150	-104°	
19	24	50	62°	32	42°	2.5	0.6	1.2	190	4.3	155	-106°	
20	26	60	60°	30	44°	2.7	0.7	1.4	195	4.5	140	-108°	
21	28	65	58°	42	48°	2.9	0.8	1.6	200	2.8	145	-110°	
22	30	70	56°	44	50°	2.6	0.9	1.8	210	2.7	130	-112°	
23	32	75	54°	46	52°	2.4	0.4	0.8	220	2.6	135	-114°	
24	34	80	52°	48	54°	2.2	0.6	1.2	230	2.4	120	-116°	
25	36	85	50°	50	56°	2.1	0.7	1.4	240	2.2	125	-118°	

Таблиця до задачі 2.2

Варіант 5							Варіант 6					
Код	Z_{AC} Ом	N	L_2 Гн	U_m В	ω рад/с	ψ_U	L_1 Гн	L_2 Гн	C мкф	I_m А	ω рад/с	ψ_I
1	10^3	2	0.2	2	10^4	-60°	0.15	0.1	5	0.6	10^3	25°
2	$2 \cdot 10^3$	1.5	0.4	2.2	$2 \cdot 10^4$	-70°	0.22	0.2	4	0.7	$2 \cdot 10^3$	30°
3	$4 \cdot 10^3$	1.8	0.6	2.4	$4 \cdot 10^4$	-80°	0.25	0.3	4.2	0.8	$4 \cdot 10^3$	35°
4	$6 \cdot 10^3$	1.6	0.8	2.6	$6 \cdot 10^4$	-85°	0.27	0.4	4.4	0.9	$6 \cdot 10^3$	40°
5	$8 \cdot 10^3$	1.4	0.9	2.8	$8 \cdot 10^4$	-75°	0.29	0.5	4.6	1.1	$8 \cdot 10^3$	45°
6	10^4	1.2	0.7	2.9	$9 \cdot 10^4$	-65°	0.3	0.6	4.8	1.2	$9 \cdot 10^3$	-20°
7	$2 \cdot 10^4$	2.2	0.5	2.7	$7 \cdot 10^4$	-60°	0.32	0.7	5	1.3	$7 \cdot 10^3$	-25°
8	$4 \cdot 10^4$	2.4	0.3	2.5	$5 \cdot 10^4$	-50°	0.34	0.8	5.2	1.4	$5 \cdot 10^3$	-30°
9	$6 \cdot 10^4$	2.6	0.1	2.3	$3 \cdot 10^4$	45°	0.36	0.9	5.4	1.5	$3 \cdot 10^3$	-35°
10	$8 \cdot 10^4$	2.8	1.1	2.1	10^4	50°	0.38	0.1	5.6	1.6	10^3	-40°
11	$9 \cdot 10^4$	2.9	1.3	1.9	$8 \cdot 10^3$	55°	0.15	0.2	5.8	1.7	$8 \cdot 10^2$	-45°
12	$7 \cdot 10^4$	2.7	1.5	1.7	$6 \cdot 10^3$	60°	0.13	0.3	6.1	1.8	$6 \cdot 10^2$	-50°
13	$5 \cdot 10^4$	2.5	1.7	1.5	$4 \cdot 10^3$	65°	0.11	0.4	6.2	1.9	$4 \cdot 10^2$	50°
14	$3 \cdot 10^4$	2.3	1.9	1.3	$2 \cdot 10^3$	70°	0.8	0.5	6.4	2.0	$2 \cdot 10^3$	45°
15	10^4	2.1	1.8	1.1	$3 \cdot 10^3$	-75°	0.16	0.6	6.6	0.2	$4 \cdot 10^3$	40°
16	$9 \cdot 10^3$	1.9	1.6	1.2	$5 \cdot 10^3$	-80°	0.14	0.7	6.8	0.3	$6 \cdot 10^3$	35°
17	$7 \cdot 10^3$	1.7	1.4	1.4	$7 \cdot 10^3$	-90°	0.18	0.8	6.9	0.4	$8 \cdot 10^3$	30°
18	$5 \cdot 10^3$	1.5	1.2	1.6	$9 \cdot 10^3$	-70°	0.12	0.9	7	0.5	10^4	25°
19	$3 \cdot 10^3$	1.3	1.3	1.8	10^4	-65°	1.2	0.1	4.2	0.6	$2 \cdot 10^4$	20°
20	$2 \cdot 10^3$	1.1	0.9	2.1	$2 \cdot 10^4$	-60°	1.4	0.2	4.4	0.7	$4 \cdot 10^4$	-25°
21	$4 \cdot 10^3$	1.2	0.8	2.3	$4 \cdot 10^4$	-55°	1.6	0.3	4.6	0.8	$6 \cdot 10^4$	-30°
22	$6 \cdot 10^3$	1.4	0.7	2.5	$6 \cdot 10^4$	-50°	1.5	0.4	4.8	0.9	$8 \cdot 10^4$	-35°
23	$8 \cdot 10^3$	1.6	0.6	2.7	$8 \cdot 10^4$	-45°	1.3	0.5	5.0	1.1	$6 \cdot 10^4$	-40°
24	10^4	1.8	0.5	2.9	$7 \cdot 10^4$	45°	1.2	0.6	5.2	1.2	$3 \cdot 10^4$	-45°
25	$2 \cdot 10^4$	2	0.4	2.8	$5 \cdot 10^4$	50°	1.1	0.7	5.4	1.4	10^3	-50°

Таблиця до задачі 2.3

Код	Варіант 1,2					Варіант 3,4					Варіант 5,6				
	U, В	S ₁ ,	S ₂ ,	S ₃ ,	φ _{U→12}	U,	S ₁ ,	S ₂ ,	S ₃ ,	φ _{U→12}	U,	S ₁ ,	S ₂ ,	S ₃ ,	φ _{U→12}
		ВА	ВА	ВА		В	ВА	ВА	ВА		В	ВА	ВА	ВА	
1	50	15	5	2.5	30°	80	30	8	3.5	45°	70	40	7	5.5	60°
2	60	20	2	1.5	45°	75	25	6	4	60°	80	50	9	4.5	56°
3	40	10	4	3.5	40°	70	20	4	.5	30°	90	45	5	3.5	52°
4	55	22	6	3	35°	65	15	5	2	58°	85	55	1.5	2.5	54°
5	45	24	8	4	25°	60	28	7	.5	48°	82	35	2	1.5	58°
6	30	25	7	4.5	20°	55	26	9	.8	36°	78	30	2.4	1.6	48°
7	35	8	5	5	22°	50	24	2	.6	34°	68	32	2.6	1.8	45°
8	20	10	3	5.5	28°	80	22	2.5	2.2	30°	72	34	2.8	2.0	42°
9	25	12	1.5	3.5	26°	75	20	3	2.3	25°	74	36	3.1	2.1	40°
10	32	14	2.5	2.5	30°	70	18	3.5	2.6	20°	76	38	3.3	2.3	62°
11	34	16	3.5	1.5	35°	65	16	4	2.5	24°	66	40	3.5	2.5	64°
12	36	18	4.5	2	40°	60	32	4.5	2.7	26°	64	42	3.7	2.7	65°
13	38	20	5	2.5	45°	55	34	5	2.8	28°	62	44	2.1	2.9	63°
14	40	16	6	3.5	50°	50	36	5.5	2.4	35°	60	46	2.3	3.1	61°
15	42	14	7	4.5	55°	80	38	6	3.2	37°	73	48	2.5	3.3	59°
16	44	12	7.5	1.5	60°	75	40	6.5	3.5	38°	75	50	2.7	3.5	57°
17	46	10	8	2.5	58°	70	28	7	3.8	42°	77	52	1.4	3.7	55°
18	48	22	6.5	3.5	56°	65	26	7.5	3.6	44°	78	54	1.5	3.9	53°
19	50	24	5.5	3	54°	60	24	8	3.4	45°	82	56	1.7	4.1	51°
20	52	26	4.5	4	52°	55	22	4	3.2	47°	84	58	1.9	4.3	49°
21	54	28	3.5	2	50°	50	20	3	2.4	50°	86	60	2.1	4.5	47°
22	56	30	2.5	2.5	48°	80	18	3.5	2.6	52°	88	62	2.3	4.7	45°
23	58	32	4	3.5	46°	75	16	4.5	2.8	54°	90	64	2.5	4.9	43°
24	60	34	4.5	1.5	45°	70	20	5.5	3.2	56°	65	42	2.7	5.0	40°
25	62	36	5	2.5	40°	65	25	6.5	3.4	58°	75	44	2.9	5.2	45°

Таблиця до задач 3.1 - 3.2

Варіанти 1,2,3

Код	E_{m1} В	E_{m2} В	ω р/с	R_1 Ом	R_2 Ом	R_3 Ом	C_1 мкф	C_2 мкф	L мГн
1	5	8	10^3	3	5	4	100	100	5
2	10	15	$5 \cdot 10^3$	2	4	3	80	90	3
3	12	18	$3 \cdot 10^3$	4	6	5	70	80	7
4	6	10	$7 \cdot 10^3$	7	8	9	95	145	4
5	8	12	$9 \cdot 10^3$	6	4	7	86	135	8
6	5	7	$2 \cdot 10^3$	3	6	5	90	140	6
7	3	5	$3 \cdot 10^3$	4	7	6	110	160	2
8	6.5	9	$5 \cdot 10^3$	5	8	7	115	165	5
9	10.5	12.5	$7 \cdot 10^3$	2	3	8	120	170	9
10	8.5	14	$8 \cdot 10^3$	4	6	3	118	168	7
11	7	13	$6 \cdot 10^3$	8	7	6	115	150	5
12	9	14	$4 \cdot 10^3$	3	5	4	110	155	3
13	4	7	$2 \cdot 10^3$	6	9	7	105	145	4
14	8	12	10^3	7	8	6	95	140	6
15	11	9	$3 \cdot 10^3$	5	7	9	90	135	8
16	9	17	$5 \cdot 10^3$	4	6	5	85	130	9
17	10	15	$7 \cdot 10^3$	8	7	4	80	125	7
18	9	14	$6 \cdot 10^3$	3	6	8	75	120	5
19	8	12	$4 \cdot 10^3$	5	9	8	100	150	3
20	6	10	$6 \cdot 10^3$	3	7	5	105	145	6
21	4	8	$8 \cdot 10^3$	2	4	3	90	140	8
22	5	7	$7 \cdot 10^3$	6	9	7	85	135	4
23	9	11	$5 \cdot 10^3$	7	8	5	80	130	2
24	10	13	$3 \cdot 10^3$	4	6	8	70	125	3
25	12	15	$2 \cdot 10^3$	5	7	6	75	135	5

Таблиця до задач 3.1 - 3.2

Варіанти 4,5,6.

Код	E_{m1} В	E_{m2} В	ω р/с	R_1 Ом	R_2 Ом	R_3 Ом	C_1 мкФ	C_2 мкФ	L мГн
1	20	25	10^4	8	10	12	50	79	12
2	18	22	$4 \cdot 10^4$	6	8	10	55	67	11
3	23	26	$5 \cdot 10^4$	4	6	8	45	58	10
4	17	23	$3 \cdot 10^4$	2	4	6	48	67	9.7
5	14	21	$2 \cdot 10^4$	3	6	7	40	48	9.5
6	15	22	$6 \cdot 10^4$	5	5	9	34	76	5
7	16	26	$8 \cdot 10^4$	7	9	11	30	56	7
8	13	18	$7 \cdot 10^4$	9	7	13	32	78	9
9	15	25	$4 \cdot 10^4$	10	3	6	34	67	2
10	19	27	$2 \cdot 10^4$	8	11	4	38	76	7
11	12	19	$3 \cdot 10^4$	6	6	2	45	34	5
12	14	22	$8 \cdot 10^4$	4	4	8	40	43	8
13	21	28	$9 \cdot 10^4$	5	8	9	44	45	5.6
14	23	29	10^4	3	2	8	33	54	6.5
15	20	30	$2 \cdot 10^4$	2	9	7	27	46	4.8
16	18	25	$4 \cdot 10^4$	5	5	6	36	64	8.4
17	16	24	$6 \cdot 10^4$	8	10	4	46	36	6
18	14	19	$8 \cdot 10^4$	10	5	14	38	63	7
19	15	25	$7 \cdot 10^4$	11	3	13	27	57	4
20	17	29	$5 \cdot 10^4$	9	6	12	45	75	9
21	21	26	$3 \cdot 10^4$	7	8	6	36	48	5.8
22	23	27	$2 \cdot 10^4$	5	7	9	44	84	7.8
23	25	30	$4 \cdot 10^4$	4	3	8	33	52	5.3
24	18	28	$6 \cdot 10^4$	2	8	6	22	53	4.5
25	19	29	$8 \cdot 10^4$	3	5	9	36	54	5.5

Таблиця до задачі 3.3

Код	Варіант 1, 2							Варіант 3, 4					
	Рис.3.3, а							Рис.3.3,б					
	Е В	f Гц	R Ом	C мкф	C ₁ мкф	R _н Ом	L _н мГн	Е В	f кГц	R Ом	R ₁ кОм	L мГн	C _н мкф
1	10	10 ⁵	5	1	5	2·10 ³	5	15	30	10	0.5	15	10 ⁻²
2	8	5·10 ⁴	7	0.1	4.5	3·10 ³	5.4	18	40	8	0.8	14	5·10 ⁻²
3	12	3·10 ⁵	9	0.4	3	2·10 ³	5.6	16	50	9.5	1.0	12	4·10 ⁻²
4	6	2·10 ⁴	3	0.5	3.5	3·10 ³	5.8	14	60	8.5	1.2	17	6·10 ⁻²
5	7	6·10 ⁵	6.5	0.8	2	4·10 ³	6.0	12	65	8.2	1.4	19	0.01
6	10	8·10 ⁵	8.5	0.9	2.5	5·10 ³	4.7	10	55	8.6	1.6	20	0.15
7	5	6·10 ⁵	5.5	0.4	2.3	6·10 ³	4.6	11	45	10	1.8	13	0.16
8	4	4·10 ⁴	4	0.8	1.5	7·10 ³	4.8	13	25	12	2.0	11	0.18
9	6	3·10 ⁵	4.5	0.7	2.4	8·10 ³	4.2	15	28	14	1.9	12	0.21
10	8	5·10 ⁵	9	0.5	2.6	9·10 ³	4.0	17	32	16	1.7	9	0.18
11	11	7·10 ⁵	8.5	0.4	3.2	8·10 ³	3.8	19	36	18	1.5	9.5	0.14
12	12	10 ⁵	4.5	0.3	3.4	7·10 ³	3.6	20	34	20	1.3	6.5	0.16
13	9	4·10 ⁴	3.5	0.2	3.6	3·10 ³	3.4	18	38	18	1.1	8.0	0.13
14	7	5·10 ⁴	5	0.1	3.8	6·10 ³	3.2	16	42	17	0.9	7.5	0.12
15	5	7·10 ⁴	6.5	1.0	4.0	8·10 ³	3.3	14	44	17.5	0.7	8.5	0.11
16	6	8·10 ⁵	7	1.5	4.5	2·10 ³	3.5	12	46	15.5	0.5	12	0.21
17	10	6·10 ⁴	8.5	0.4	4.2	6·10 ³	3.7	10	48	14.5	0.8	14	0.23
18	12	3·10 ⁴	9	0.6	3.8	8·10 ³	4.3	11	50	16.5	1.2	15	0.22
19	8	5·10 ⁵	10	0.8	3.6	3·10 ³	4.6	12	52	13.5	1.4	17	0.18
20	6	7·10 ⁵	10	0.7	3.4	5·10 ³	3.4	13	54	10.5	1.6	19	0.24
21	5	9·10 ⁵	8.4	0.5	3.2	7·10 ³	2.8	14	56	11.5	1.8	21	0.23
22	7	6·10 ⁴	6.3	0.3	2.8	9·10 ³	3.0	15	58	16.5	2.0	18	0.17
23	11	4·10 ⁴	5.4	0.1	2.6	5·10 ³	3.5	12	42	18	1.5	16	0.16
24	9	5·10 ⁴	7.2	0.2	2.4	4·10 ³	3.6	12	44	20	1.3	14	0.15
25	10	10 ⁵	8.8	0.6	2.2	7·10 ³	3.8	10	44	14	1.2	12	0.14

Таблиця до задачі 3.3

Варіант 5, 6						
Рис.3.3,в						
Код	E В	f кГц	R Ом	R ₁ кОм	C мкф	R _н кОм
1	30	25	2	0.	0.01	2
2	35	22	7	10	0.15	4
3	40	20	9	0.5	0.17	6
4	45	18	10	0.7	0.18	8
5	50	15	9.5	0.9	0.12	7.5
6	55	17	7.5	0.8	0.11	6.4
7	54	19	8	0.6	0.13	5.5
8	52	16	8.5	0.4	0.12	5.8
9	53	21	6	0.3	0.14	6.3
10	48	23	6.5	0.2	0.16	6.2
11	47	27	5	0.1	0.18	6.6
12	45	29	5.5	0.5	0.17	7.4
13	46	30	4	0.7	0.15	7.3
14	44	22	4.5	0.9	0.13	7.7
15	42	18	3	1.0	0.11	8.1
16	38	16	3.5	1.2	0.01	8.2
17	36	14	4	1.3	0.02	8.5
18	39	15	6.5	0.9	0.02	9
19	37	17	7	0.8	0.04	8.4
20	33	19	9	0.6	0.05	8.3
21	32	21	8.5	0.7	0.06	6.4
22	30	23	5.5	0.5	0.07	5.8
23	34	25	7.5	0.4	0.08	5.4
24	36	27	9.5	0.3	0.15	6.3
25	38	29	10	0.2	0.14	4.5

Таблиця до задачі 4.1.

Код	U_1 В	f_0 МГц	λ м	f МГц	Δf кГц	L мкГн	C пф	R Ом	Q
1	1.0	-	300	-	+2	-	160	20	-
2	2.0	3.2	-	-	+3	100	-	-	80
3	0.6	-	600	-	-8	-	300	16	-
4	0.2	12	-	12.03	-	-	80	-	70
5	0.1	-	1200	-	+4	-	600	-	40
6	0.4	8	-	8.02	-	-	120	-	60
7	0.8	-	250	-	+3	-	150	15	-
8	0.7	9.4	-	-	+2	120	-	-	70
9	0.6	-	550	-	-7	-	350	18	-
10	0.5	10	-	10.04	-	-	70	-	50
11	0.4	-	1100	-	+5	-	550	-	60
12	1.0	7	-	7.03	-	-	110	-	70
13	1.2	-	280	-	+4	-	140	25	-
14	1.4	3.1	-	-	+4	80	-	-	70
15	1.6	-	450	-	-6	-	350	16	-
16	1.8	10	-	10.04	-	-	180	-	60
17	2.0	-	1000	-	+5	-	600	-	30
18	0.8	6	-	6.04	-	-	140	-	50
19	0.6	-	260	-	+3	-	100	20	-
20	0.4	3.4	-	-	+2	90	-	-	70
21	1.0	-	500	-	-6	-	250	14	-
22	1.2	11	-	11.04	-	-	60	-	60
23	1.4	-	1150	-	+3	-	500	-	50
24	0.8	7	-	7.04	-	-	110	-	40
25	0.6	-	550	-	+2	-	150	18	-

Таблиця до задачі 4.2

Код	L мкГн	C пф	R Ом	R _{кр} кОм	f ₀ кГц	λ_0 м	I мА	I ₁ мА	U _к В	R ₁ кОм	E В
1	-	222	22	-	-	400	?	?	910	0	-
2	-	150	3.5	-	-	100	5	-	?	0	-
3	150	-	3.6	-	600	-	?	-	1000	0	-
4	100	-	7	-	-	300	?	240	-	0	-
5	12	58	18	-	-	-	?	-	?	10	42
6	-	-	-	?	-	-	-	-	40	10	50
7	-	180	20	-	-	350	?	?	800	0	-
8	-	200	4	-	-	150	4	-	?	0	-
9	140	-	6	-	500	-	?	-	900	0	-
10	80	-	5	-	-	400	?	220	-	0	-
11	16	40	16	-	-	-	?	-	?	15	40
12	-	-	-	?	-	-	-	-	30	20	60
13	-	190	18	-	-	350	?	?	700	0	-
14	-	170	5	-	-	110	6	-	?	0	-
15	155	-	7	-	580	-	?	-	600	0	-
16	90	-	10	-	-	250	?	200	-	0	-
17	10	48	2	-	-	-	?	-	?	15	30
18	-	-	-	?	-	-	-	-	50	20	43
19	-	190	16	-	-	600	?	?	850	0	-
20	-	160	4.5	-	-	150	4	-	?	0	-
21	170	-	3.4	-	550	-	?	-	950	0	-
22	80	-	6	-	-	250	?	200	-	0	-
23	10	48	16	-	-	-	?	-	?	25	54
24	-	-	-	?	-	-	-	-	70	30	62
25	-	180	20	-	-	350	?	?	800	0	-

Таблиця до задачі 4.3

Код	C пф	L мкГн	λ_1 м	f_1 мГц	λ_2 м	f_2 мГц	R_A Ом	X_{A1} Ом	X_{A2} Ом	M мкГн
1	400	-	680	-	600	-	16	-18	-24	20
2	-	500	-	0.8	-	0.9	10	50	10	10
3	-	600	-	0.4	-	0.6	12	20	8	40
4	300	-	600	-	400	-	14	-16	-22	25
5	450	-	550	-	450	-	12	-14	-20	15
6	500	-	700	-	480	-	18	-12	-18	18
7	-	450	-	0.75	-	0.8	8	40	8	15
8	-	400	-	0.85	-	0.9	12	55	12	12
9	-	350	-	0.65	-	0.7	6	45	10	10
10	-	500	-	0.45	-	0.65	14	15	9	30
11	-	550	-	0.35	-	0.55	16	18	12	45
12	-	650	-	0.4	-	0.6	10	22	14	35
13	450	-	660	-	600	-	20	-16	-20	25
14	500	-	600	-	540	-	14	-12	-22	30
15	550	-	550	-	500	-	16	-20	-24	22
16	-	300	-	0.9	-	1.0	6	55	35	8
17	-	380	-	0.85	-	0.95	8	60	40	12
18	-	360	-	0.8	-	0.9	12	65	45	10
19	-	400	-	0.5	-	0.7	16	25	15	30
20	-	430	-	0.6	-	0.8	18	30	18	35
21	-	460	-	0.4	-	0.6	14	26	20	25
22	700	-	720	-	650	-	15	-16	-20	26
23	650	-	690	-	600	-	12	-20	-26	30
24	600	-	670	-	580	-	10	-14	-18	24
25	750	-	660	-	560	-	8	-12	-17	22

Таблиця до задачі 5.1.

Код	Варіант 1						Варіант 2					
	№ рис	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Форма рівнянь	№ рис	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Форма рівнянь
1	5.1.1	-j	j	1	-	A	5.1.8	6	6	6	6	A
2	5.1.2	j	-j	1	-	B	5.1.1	-j	j	1	-	B
3	5.1.3	2	j	-j3	-	Z	5.1.2	j	-j	1	-	Z
4	5.1.4	-j	j2	2	-	Y	5.1.3	2	j	-j3	-	Y
5	5.1.5	j2	-j	2	-	G	5.1.4	-j	j2	2	-	G
6	5.1.6	1	j2	-j2	-	H	5.1.5	j2	-j	2	-	H
7	5.1.7	j	j2	j	j2	A	5.1.6	1	j2	-j2	-	A
8	5.1.8	2	2	2	2	B	5.1.7	j	j2	j	j2	B
9	5.1.1	j	-j	1	-	Z	5.1.8	2	2	2	2	Z
10	5.1.2	-j	j	1	-	Y	5.1.1	j	-j	1	-	Y
11	5.1.3	j	-j	1	-	G	5.1.2	-j	j	1	-	G
12	5.1.4	2	j	-j3	-	H	5.1.3	j	-j	1	-	H
13	5.1.5	-j	j2	2	-	A	5.1.4	2	j	-j3	-	A
14	5.1.6	j2	-j	2	-	B	5.1.5	-j	j2	2	-	B
15	5.1.7	-j2	j2	-j2	j2	Z	5.1.6	j2	-j	2	-	Z
16	5.1.8	4	4	4	4	Y	5.1.7	-j2	j2	-j2	j2	Y
17	5.1.1	2	2	j	-	G	5.1.8	4	4	4	4	G
18	5.1.2	j	2	2	-	H	5.1.1	2	2	j	-	H
19	5.1.3	-j	j	1	-	A	5.1.2	j	2	2	-	A
20	5.1.4	j	-j	1	-	A	5.1.3	-j	j	1	-	A
21	5.1.5	2	j	-j3	-	B	5.1.4	j	-j	1	-	B
22	5.1.6	-j	j2	2	-	Z	5.1.5	2	j	-j3	-	Z
23	5.1.7	j2	-j	j2	-j	Y	5.1.6	-j	j2	2	-	Y
24	5.1.8	5	5	5	5	G	5.1.7	j2	-j	j2	-j	G
25	5.1.1	j4	j2	j	1	H	5.1.8	5	5	5	5	H

Таблиця до задачі 5.1.

Код	Варіант 3						Варіант 4					
	№ рис	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Форма рівнянь	№ рис	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Форма рівнянь
1	5.1.1	-j	j	1	-	H	5.1.8	6	6	6	6	H
2	5.1.2	j	-j	1	-	G	5.1.1	-j	j	1	-	G
3	5.1.3	2	j	-j3	-	Y	5.1.2	j	-j	1	-	Y
4	5.1.4	-j	j2	2	-	Z	5.1.3	2	j	-j3	-	Z
5	5.1.5	j2	-j	2	-	B	5.1.4	-j	j2	2	-	B
6	5.1.6	1	j2	-j2	-	A	5.1.5	j2	-j	2	-	A
7	5.1.7	j	j2	j	j2	H	5.1.6	1	j2	-j2	-	H
8	5.1.8	2	2	2	2	G	5.1.7	j	j2	j	j2	G
9	5.1.1	j	-j	1	-	Y	5.1.8	2	2	2	2	Y
10	5.1.2	-j	j	1	-	Z	5.1.1	j	-j	1	-	Z
11	5.1.3	j	-j	1	-	B	5.1.2	-j	j	1	-	B
12	5.1.4	2	j	-j3	-	A	5.1.3	j	-j	1	-	A
13	5.1.5	-j	j2	2	-	H	5.1.4	2	j	-j3	-	H
14	5.1.6	j2	-j	2	-	G	5.1.5	-j	j2	2	-	G
15	5.1.7	-j2	j2	-j2	j2	Y	5.1.6	j2	-j	2	-	Y
16	5.1.8	4	4	4	4	Z	5.1.7	-j2	j2	-j2	j2	Z
17	5.1.1	2	2	j	-	B	5.1.8	4	4	4	4	B
18	5.1.2	j	2	2	-	A	5.1.1	2	2	j	-	A
19	5.1.3	-j	j	1	-	H	5.1.2	j	2	2	-	H
20	5.1.4	j	-j	1	-	G	5.1.3	-j	j	1	-	G
21	5.1.5	2	j	-j3	-	Y	5.1.4	j	-j	1	-	Y
22	5.1.6	-j	j2	2	-	Z	5.1.5	2	j	-j3	-	Z
23	5.1.7	j2	-j	j2	-j	B	5.1.6	-j	j2	2	-	B
24	5.1.8	5	5	5	5	A	5.1.7	j2	-j	j2	-j	A
25	5.1.7	j4	j2	j	1	Z	5.1.8	5	5	5	5	Z

Таблиця до задачі 5.1.

Код	Варіант 5						Варіант 6					
	№ рис	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Форма рівнянь	№ рис	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Форма рівнянь
1	5.1.2	-j	j	1	-	H	5.1.7	6	6	6	6	G
2	5.1.1	j	-j	1	-	G	5.1.2	-j	j	1	-	G
3	5.1.4	2	j	-j3	-	Y	5.1.1	j	-j	1	-	Y
4	5.1.3	-j	j2	2	-	Z	5.1.4	2	j	-j3	-	Z
5	5.1.6	j2	-j	2	-	B	5.1.3	-j	j2	2	-	B
6	5.1.5	1	j2	-j2	-	A	5.1.6	j2	-j	2	-	A
7	5.1.8	j	j2	j	j2	H	5.1.5	1	j2	-j2	-	H
8	5.1.7	2	2	2	2	G	5.1.8	j	j2	j	j2	G
9	5.1.2	j	-j	1	-	Y	5.1.7	2	2	2	2	Y
10	5.1.1	-j	j	1	-	Z	5.1.2	j	-j	1	-	Z
11	5.1.4	j	-j	1	-	B	5.1.1	-j	j	1	-	B
12	5.1.3	2	j	-j3	-	A	5.1.4	j	-j	1	-	A
13	5.1.6	-j	j2	2	-	H	5.1.3	2	j	-j3	-	H
14	5.1.5	j2	-j	2	-	G	5.1.6	-j	j2	2	-	G
15	5.1.8	-j2	j2	-j2	j2	Y	5.1.5	j2	-j	2	-	Y
16	5.1.7	4	4	4	4	Z	5.1.8	-j2	j2	-j2	j2	Z
17	5.1.2	2	2	j	-	B	5.1.7	4	4	4	4	B
18	5.1.1	j	2	2	-	A	5.1.2	2	2	j	-	A
19	5.1.4	-j	j	1	-	H	5.1.1	j	2	2	-	H
20	5.1.3	j	-j	1	-	G	5.1.4	-j	j	1	-	G
21	5.1.6	2	j	-j3	-	Y	5.1.3	j	-j	1	-	Y
22	5.1.5	-j	j2	2	-	Z	5.1.6	2	j	-j3	-	Z
23	5.1.8	j2	-j	j2	-j	B	5.1.5	-j	j2	2	-	B
24	5.1.7	5	5	5	5	A	5.1.8	j2	-j	j2	-j	A
25	5.1.8	j4	j2	j	1	Z	5.1.7	5	5	5	5	Z

Код	Задані величини і параметри
1	$\dot{U}_1 = 10e^{j10^\circ} \text{ В}; \dot{U}_2 = 0.1e^{j60^\circ} \text{ В}$
2	$\dot{I}_1 = 100e^{j170^\circ} \text{ А}; \dot{I}_2 = 4e^{j40.3^\circ} \text{ А};$
3	$\dot{U}_1 = 42e^{j17.3^\circ} \text{ В}; \dot{I}_2 = 10^{-3}e^{j20^\circ} \text{ А}; Z_0 = 200e^{-j60^\circ} \text{ Ом}$
4	$\dot{U}_2 = e^{j20^\circ} \text{ В}; \dot{I}_1 = 2.718e^{-j47.3^\circ} \text{ А}; Z_0 = 100e^{j10^\circ} \text{ Ом}$
5	$I_1 = 30.3 \text{ мА}; I_2 = 20 \text{ мА}; \psi_{U1} - \psi_{U2} = 57.3^\circ.$
6	$\underline{S}_1 = \dot{U}_1 \cdot \dot{I}_1^* = 248e^{j37.3^\circ} \cdot 1.24e^{-j17^\circ} \text{ ВА}; \underline{S}_2 = \dot{U}_2 \cdot \dot{I}_2^* = 100e^{-j20^\circ} \cdot 0.5e^{j40.3^\circ} \text{ ВА}$
7	$\dot{U}_1 = 15e^{j17^\circ} \text{ В}; \dot{U}_2 = 0.7e^{j80^\circ} \text{ В}$
8	$U_1 = 10 \text{ В}; U_2 = 0.1 \text{ В}; \psi_{U1} - \psi_{U2} = 45^\circ$
9	$\dot{U}_1 = 150e^{j10^\circ} \text{ В}; \dot{U}_2 = 10.1e^{j60^\circ} \text{ В}$
10	$\dot{I}_1 = 10e^{j170^\circ} \text{ А}; \dot{I}_2 = 1.4e^{j40.3^\circ} \text{ А};$
11	$\dot{U}_1 = 142e^{j27.3^\circ} \text{ В}; \dot{I}_2 = 10^{-2}e^{j10^\circ} \text{ А}; Z_0 = 198e^{-j50^\circ} \text{ Ом}$
12	$\dot{U}_2 = 0.5e^{j30^\circ} \text{ В}; \dot{I}_1 = 4.7e^{-j57.3^\circ} \text{ А}; Z_0 = 78e^{j15^\circ} \text{ Ом}$
13	$I_1 = 0.3 \text{ А}; I_2 = 150 \text{ мА}; \psi_{U1} - \psi_{U2} = 37.3^\circ.$
14	$\underline{S}_1 = \dot{U}_1 \cdot \dot{I}_1^* = 24e^{j47.3^\circ} \cdot 1.2e^{-j7^\circ} \text{ ВА}; \underline{S}_2 = \dot{U}_2 \cdot \dot{I}_2^* = 10e^{-j10^\circ} \cdot 0.05e^{j30.3^\circ} \text{ ВА}$
15	$\dot{U}_1 = 15.5e^{j27^\circ} \text{ В}; \dot{U}_2 = 1.7e^{j60^\circ} \text{ В}$
16	$U_1 = 110 \text{ В}; U_2 = 1.1 \text{ В}; \psi_{U1} - \psi_{U2} = 30^\circ$
17	$\dot{U}_1 = 18e^{j18^\circ} \text{ В}; \dot{U}_2 = 8.1e^{j80^\circ} \text{ В}$
18	$\dot{I}_1 = 10e^{j17^\circ} \text{ А}; \dot{I}_2 = 0.4e^{j45.3^\circ} \text{ А};$
19	$\dot{U}_1 = 4e^{j16.3^\circ} \text{ В}; \dot{I}_2 = 100e^{j25^\circ} \text{ мА}; Z_0 = 15e^{-j75^\circ} \text{ Ом}$
20	$\dot{U}_2 = 2.2e^{j30^\circ} \text{ В}; \dot{I}_1 = 12.78e^{-j67.3^\circ} \text{ А}; Z_0 = 0.15e^{j10^\circ} \text{ Ом}$
21	$I_1 = 0.03 \text{ А}; I_2 = 15 \text{ мА}; \psi_{U1} - \psi_{U2} = 47.3^\circ.$
22	$\underline{S}_1 = \dot{U}_1 \cdot \dot{I}_1^* = 10e^{j67.3^\circ} \cdot 0.5e^{-j27^\circ} \text{ ВА}; \underline{S}_2 = \dot{U}_2 \cdot \dot{I}_2^* = 10e^{-j10^\circ} \cdot 0.05e^{j5.3^\circ} \text{ ВА}$
23	$\dot{U}_1 = 1.5e^{j16^\circ} \text{ В}; \dot{U}_2 = 70e^{j60^\circ} \text{ мВ}$
24	$U_1 = 20 \text{ В}; U_2 = 0.4 \text{ В}; \psi_{U1} - \psi_{U2} = 60^\circ$
25	$\dot{U}_1 = 142e^{j27.3^\circ} \text{ В}; \dot{I}_2 = 10^{-2}e^{j10^\circ} \text{ А}; Z_0 = 168e^{-j35^\circ} \text{ Ом}$

Код	Задані величини і параметри
1	$\underline{S}_1 = \dot{U}_1 \cdot \dot{I}_1^* = 24e^{j57.3^\circ} \cdot 1.2e^{-j17^\circ} \text{ BA}; \underline{S}_2 = \dot{U}_2 \cdot \dot{I}_2^* = 10e^{-j20^\circ} \cdot 0.4e^{j40.3^\circ} \text{ BA}$
2	$\dot{U}_1 = 1.5e^{j25^\circ} \text{ B}; \dot{U}_2 = 10e^{j60^\circ} \text{ мВ}$
3	$\dot{U}_2 = 2e^{j30^\circ} \text{ B}; \dot{I}_1 = 5e^{-j47.3^\circ} \text{ A}; \underline{Z}_0 = 75e^{j15^\circ} \text{ Ом}$
4	$\dot{U}_1 = 0.1e^{j16.3^\circ} \text{ B}; \dot{I}_2 = 1.5e^{j24^\circ} \text{ mA}; \underline{Z}_0 = 300e^{-j55^\circ} \text{ Ом}$
5	$\dot{I}_1 = 10e^{j10^\circ} \text{ A}; \dot{I}_2 = 40e^{-j40.3^\circ} \text{ mA}$
6	$\dot{I}_1 = 60.3 \text{ mA}; \dot{I}_2 = 40 \text{ mA}; \psi_{U1} - \psi_{U2} = 1 \text{ рад.}$
7	$\dot{U}_1 = 15 \text{ B}; \dot{U}_2 = 0.2 \text{ B}; \psi_{I1} - \psi_{I2} = 0.5 \text{ рад}$
8	$\dot{U}_1 = 1.5e^{j0.25} \text{ B}; \dot{U}_2 = 0.07e^{j0.36} \text{ B}$
9	$\dot{I}_1 = 10e^{j\pi} \text{ A}; \dot{I}_2 = 1.4e^{j\pi/6} \text{ A}$
10	$\dot{U}_1 = 145e^{j10^\circ} \text{ B}; \dot{U}_2 = 10.1e^{j0.47} \text{ B}$
11	$\dot{U}_2 = 0.75e^{j30^\circ} \text{ B}; \dot{I}_1 = 4.2e^{-j\pi/3} \text{ A}; \underline{Z}_0 = 75e^{j\pi/8} \text{ Ом}$
12	$\dot{U}_1 = 150e^{j27.3^\circ} \text{ B}; \dot{I}_2 = 100e^{j10^\circ} \text{ mA}; \underline{Z}_0 = 300e^{-j50^\circ} \text{ Ом}$
13	$\underline{S}_1^* = \dot{U}_1^* \cdot \dot{I}_1 = 24e^{j47.3^\circ} \cdot 1.2e^{-j7^\circ} \text{ BA}; \underline{S}_2^* = \dot{U}_2^* \cdot \dot{I}_2 = 10e^{-j10^\circ} \cdot 0.05e^{j30.3^\circ} \text{ BA}$
14	$I_1 = 0.3 \text{ A}; I_2 = 100 \text{ mA}; \psi_{U1} - \psi_{U2} = 0.3 \text{ рад.}$
15	$U_1 = 110 \text{ B}; U_2 = 11 \text{ B}; \psi_{I1} - \psi_{I2} = 130^\circ$
16	$\dot{U}_1^* = 15.5e^{j27^\circ} \text{ B}; \dot{U}_2 = 1.7e^{j60^\circ} \text{ B}$
17	$\dot{I}_1 = 10e^{j17^\circ} \text{ A}; \dot{I}_2^* = 0.4e^{j45.3^\circ} \text{ A}$
18	$\dot{U}_1^* = 18e^{j18^\circ} \text{ B}; \dot{U}_2 = 8.1e^{j80^\circ} \text{ B}$
19	$\underline{S}_1 = \dot{U}_1 \cdot \dot{I}_1^* = 10e^{j67.3^\circ} \cdot 0.5e^{-j27^\circ} \text{ BA}; \underline{S}_2^* = \dot{U}_2^* \cdot \dot{I}_2 = 10e^{-j10^\circ} \cdot 0.05e^{j5.3^\circ} \text{ BA}$
20	$\dot{I}_1 = 0.03 \text{ A}; \dot{I}_2 = 15 \text{ mA}; \psi_{U1} - \psi_{U2} = 1.2 \text{ рад.}$
21	$\dot{U}_2 = 2.2e^{j30^\circ} \text{ B}; \dot{I}_1^* = 12.7e^{-j67.3^\circ} \text{ A}; \underline{Z}_0 = 0.15e^{j10^\circ} \text{ Ом}$
22	$\dot{U}_1 = 4e^{j16.3^\circ} \text{ B}; \dot{I}_2 = 100e^{j25^\circ} \text{ mA}; \underline{Z}_0^* = 15e^{-j75^\circ} \text{ Ом}$
23	$\dot{U}_1^* = 142e^{j27.3^\circ} \text{ B}; \dot{I}_2^* = 10^{-2}e^{j10^\circ} \text{ A}; \underline{Z}_0 = 168e^{-j35^\circ} \text{ Ом}$
24	$U_1 = 22 \text{ B}; U_2 = 0.4 \text{ B}; \psi_{I1} - \psi_{I2} = 1 \text{ рад}$
25	$\dot{U}_1^* = 1.5e^{j16^\circ} \text{ B}; \dot{U}_2^* = 70e^{j60^\circ} \text{ мВ}$

Таблиця до задачі 6.1.

30.10.2023

Код	R_1 Ом	R_2 Ом	постійна часу, с	значення струму $i_1(0)$, А	значення струму $i_1(\infty)$, А	шукані величини
1	2	2	0.4	4	8	$p; L; i_1(t); i_1(\tau)$.
2	1	3	0.6	5	7	- " -
3	4	2	0.3	6	10	- " -
4	3	4	0.7	3	5	- " -
5	0.5	1	0.5	2	7	- " -
6	1	2	0.3	1	4	- " -
7	2	3	0.2	4	6	- " -
8	3.5	4	0.4	5	8	- " -
9	2.5	2	0.8	6	9	- " -
10	2	3	0.7	7	8	- " -
11	2.3	1	0.4	4	7	- " -
12	5	5	0.2	3	4	- " -
13	4	4	0.7	5	8	- " -
14	3	2	0.9	6	7	- " -
15	2	3	0.6	2	4	- " -
16	1	4	0.3	3	5	- " -
17	3	2	0.4	2	3	- " -
18	4	1	0.5	4	7	- " -
19	5	4	0.3	6	9	- " -
20	2	3	0.2	5	10	- " -
21	3	4	0.5	4	8	- " -
22	1	2	0.7	3	5	- " -
23	4	3	0.6	2	6	- " -
24	5	4	0.8	4	7	- " -
25	4	2	0.4	5	8	- " -

Таблиця до задачі 6.2.

Код	R_1 Ом	R_2 Ом	постійна часу, с	$U_C(0)$, В	$U_C(\infty)$, В	шукані величини
1	400	400	$2 \cdot 10^{-5}$	2	4	$p; C; A; U_C(t); U_C(\tau)$.
2	300	250	$4 \cdot 10^{-4}$	3	5	- " -
3	200	300	$2 \cdot 10^{-3}$	4	6	- " -
4	150	200	$3 \cdot 10^{-4}$	5	7	- " -
5	250	450	$4 \cdot 10^{-5}$	4	8	- " -
6	350	600	$2 \cdot 10^{-3}$	2	7	- " -
7	150	100	$4 \cdot 10^{-3}$	3	3	- " -
8	450	650	$3 \cdot 10^{-4}$	3	5	- " -
9	200	300	$2 \cdot 10^{-5}$	4	8	- " -
10	50	150	$3 \cdot 10^{-3}$	2	4	- " -
11	75	120	$2 \cdot 10^{-4}$	3	6	- " -
12	120	350	$3 \cdot 10^{-3}$	6	10	- " -
13	225	250	$4 \cdot 10^{-5}$	4	9	- " -
14	320	150	$2 \cdot 10^{-4}$	2	5	- " -
15	360	180	$3 \cdot 10^{-5}$	4	7	- " -
16	230	350	$1.5 \cdot 10^{-4}$	3	8	- " -
17	170	230	$2.5 \cdot 10^{-4}$	4	9	- " -
18	270	180	$1.5 \cdot 10^{-3}$	3	7	- " -
19	450	650	$1 \cdot 10^{-3}$	2	5	- " -
20	400	200	$1 \cdot 10^{-4}$	4	9	- " -
21	350	250	$2 \cdot 10^{-4}$	2	3	- " -
22	270	340	$3 \cdot 10^{-4}$	5	10	- " -
23	220	330	$4 \cdot 10^{-3}$	3	8	- " -
24	175	250	$2 \cdot 10^{-4}$	4	9	- " -
25	200	350	$3 \cdot 10^{-5}$	2	8	- " -

Таблиця до задачі 6.3.

Код	$r_1, \text{Ом}$	$r_2, \text{Ом}$	$\tau, \text{с}$	$U'_m, \text{В}$	$\omega, \text{рад/}$	$\psi_u, \text{гр}$
1	100	100	$1 \cdot 10^{-5}$	60	$12.56 \cdot 10^5$	-60°
2	80	80	$1 \cdot 10^{-4}$	50	$4 \cdot 10^5$	-70°
3	75	90	$2 \cdot 10^{-5}$	70	$6 \cdot 10^5$	-75°
4	110	120	$4 \cdot 10^{-4}$	65	$8 \cdot 10^5$	-80°
5	95	60	$6 \cdot 10^{-5}$	55	$1 \cdot 10^6$	-85°
6	70	90	$6 \cdot 10^{-4}$	40	$2 \cdot 10^4$	$+70^\circ$
7	60	65	$8 \cdot 10^{-5}$	45	$4 \cdot 10^4$	$+75^\circ$
8	80	85	$8 \cdot 10^{-4}$	54	$6 \cdot 10^4$	$+65^\circ$
9	105	110	$1 \cdot 10^{-6}$	58	$8 \cdot 10^4$	$+60^\circ$
10	50	85	$1 \cdot 10^{-5}$	62	$1 \cdot 10^5$	$+55^\circ$
11	60	94	$2 \cdot 10^{-4}$	64	$2 \cdot 10^5$	$+50^\circ$
12	72	100	$4 \cdot 10^{-4}$	68	$4 \cdot 10^5$	-45°
13	85	105	$6 \cdot 10^{-4}$	72	$6 \cdot 10^5$	-50°
14	115	104	$8 \cdot 10^{-4}$	74	$8 \cdot 10^5$	-55°
15	78	62	$1 \cdot 10^{-5}$	76	$2 \cdot 10^6$	-60°
16	74	84	$1 \cdot 10^{-6}$	78	$4 \cdot 10^6$	-65°
17	66	92	$2 \cdot 10^{-6}$	80	$6 \cdot 10^6$	-70°
18	64	84	$4 \cdot 10^{-6}$	64	$5 \cdot 10^6$	$+45^\circ$
19	50	55	$6 \cdot 10^{-6}$	54	$4 \cdot 10^5$	$+30^\circ$
20	60	60	$8 \cdot 10^{-6}$	44	$6 \cdot 10^5$	$+35^\circ$
21	70	70	$4 \cdot 10^{-5}$	46	$8 \cdot 10^5$	$+40^\circ$
22	85	75	$2 \cdot 10^{-5}$	48	$8 \cdot 10^4$	-45°
23	75	85	$4 \cdot 10^{-4}$	52	$6 \cdot 10^4$	-50°
24	100	110	$6 \cdot 10^{-4}$	62	$4 \cdot 10^4$	-55°
25	90	90	$8 \cdot 10^{-4}$	70	$2 \cdot 10^4$	$+30^\circ$

Таблиця до задачі 7.1.

Код	U, В	C, Ф	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом
1	12	$3 \cdot 10^{-6}$	2	2	2
2	20	$2 \cdot 10^{-6}$	4	4	4
3	15	$5 \cdot 10^{-5}$	6	6	6
4	18	$8 \cdot 10^{-5}$	7	7	7
5	12	$4 \cdot 10^{-5}$	5	5	5
6	30	$2 \cdot 10^{-5}$	3	3	3
7	28	$4 \cdot 10^{-6}$	25	25	25
8	26	$6 \cdot 10^{-6}$	45	45	45
9	24	$5 \cdot 10^{-6}$	72	72	72
10	21	$7 \cdot 10^{-6}$	64	64	64
11	14	$8 \cdot 10^{-6}$	83	83	83
12	16	$1 \cdot 10^{-7}$	74	74	74
13	10	$2 \cdot 10^{-7}$	65	65	65
14	26	$4 \cdot 10^{-7}$	48	48	48
15	32	$5 \cdot 10^{-7}$	34	34	34
16	38	$3 \cdot 10^{-7}$	26	26	26
17	36	$7 \cdot 10^{-7}$	28	28	28
18	40	$8 \cdot 10^{-7}$	35	35	35
19	42	$9 \cdot 10^{-6}$	37	37	37
20	44	$7 \cdot 10^{-6}$	49	49	49
21	48	$5 \cdot 10^{-6}$	44	44	44
22	46	$3 \cdot 10^{-6}$	62	62	62
23	35	$8 \cdot 10^{-5}$	66	66	66
24	33	$9 \cdot 10^{-5}$	87	87	87
25	23	$7 \cdot 10^{-5}$	25	25	25

Таблиця до задачі 7.2

Код	R, Ом	L, Гн	U ₀ , В	α, c^{-1}
1	5	2.5	10	4
2	3	1	15	2
3	6	3	14	3
4	8	5	8	5
5	7	4	9	6
6	9	7	12	4
7	3	1.5	18	3
8	2	1.5	16	2
9	4	2	20	4
10	7	5.5	22	5
11	9	6.5	24	6
12	10	8	26	7
13	12	9	25	8
14	14	10	22	3
15	15	12	20	4
16	10	8	18	5
17	7	5	16	2
18	8	6.5	14	3.5
19	9	7	12	2.5
20	12	8.5	10	4.5
21	16	12	8	5.5
22	18	14	11	6
23	20	15	13	4.2
24	18	9	15	3.8
25	16	8	17	4.4

Таблиця до задачі 7.3

Код	C, Ф	R, Ом	U, В	t, с
1	$4 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^4$	5	$1 \cdot 10^{-4}$
2	$5 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^4$	8	$2 \cdot 10^{-4}$
3	$8 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^4$	10	$4 \cdot 10^{-4}$
4	$16 \cdot 10^{-8}$	$2.6 \cdot 10^4$	14	$6 \cdot 10^{-4}$
5	$23 \cdot 10^{-8}$	$2.8 \cdot 10^4$	12	$8 \cdot 10^{-4}$
6	$1.8 \cdot 10^{-10}$	$2.2 \cdot 10^4$	18	$1 \cdot 10^{-5}$
7	$2 \cdot 10^{-9}$	$2.1 \cdot 10^4$	20	$9 \cdot 10^{-4}$
8	$19 \cdot 10^{-8}$	$2.2 \cdot 10^4$	16	$7 \cdot 10^{-4}$
9	$2.8 \cdot 10^{-8}$	$1.2 \cdot 10^4$	15	$5 \cdot 10^{-4}$
10	$8.5 \cdot 10^{-8}$	$1.4 \cdot 10^4$	13	$3 \cdot 10^{-4}$
11	$3.75 \cdot 10^{-8}$	$1.5 \cdot 10^4$	10	$1 \cdot 10^{-4}$
12	$15 \cdot 10^{-9}$	$1.6 \cdot 10^4$	8	$5 \cdot 10^{-5}$
13	$21 \cdot 10^{-9}$	$1.8 \cdot 10^4$	6	$6 \cdot 10^{-5}$
14	$24 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^4$	7	$8 \cdot 10^{-5}$
15	$7.2 \cdot 10^{-9}$	$2.3 \cdot 10^4$	4	$3 \cdot 10^{-5}$
16	$5.1 \cdot 10^{-9}$	$2.5 \cdot 10^4$	12	$2 \cdot 10^{-5}$
17	$8.8 \cdot 10^{-9}$	$2.7 \cdot 10^4$	13	$4 \cdot 10^{-5}$
18	$12 \cdot 10^{-9}$	$2.9 \cdot 10^4$	15	$7 \cdot 10^{-5}$
19	$9 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^3$	17	$9 \cdot 10^{-5}$
20	$4 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^3$	14	$8 \cdot 10^{-4}$
21	$6 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^3$	18	$6 \cdot 10^{-4}$
22	$4.4 \cdot 10^{-7}$	$4.5 \cdot 10^3$	20	$4 \cdot 10^{-4}$
23	$1.4 \cdot 10^{-7}$	$7 \cdot 10^3$	22	$2 \cdot 10^{-4}$
24	$2.7 \cdot 10^{-7}$	$9 \cdot 10^3$	25	$5 \cdot 10^{-4}$
25	$35 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^4$	24	$7 \cdot 10^{-4}$

Таблиця до задачі 8.1

Код	$U_{m2},$ В	$I_{m2},$ А	$\alpha \cdot 10^{-4}$ Нп/км	$K \cdot 10^{-5}$ с/км
1	25	2	2	0.35
2	35	1	3	0.36
3	45	0.1	4	0.37
4	55	0.2	1	0.38
5	65	0.3	2	0.39
6	75	0.4	3	0.40
7	85	0.5	4	0.41
8	95	0.6	1	0.42
9	90	0.7	2	0.43
10	80	1.1	3	0.44
11	70	1.2	4	0.45
12	60	1.3	1	0.46
13	50	1.4	2	0.47
14	40	1.5	3	0.48
15	100	1.6	4	0.49
16	200	1.7	1	0.50
17	300	1.8	2	0.51
18	400	1.9	3	0.52
19	150	2	4	0.53
20	250	2.1	1	0.54
21	350	2.2	2	0.55
22	450	2.3	3	0.6
23	500	2.4	4	0.7
24	125	2.5	1	0.8
25	175	2.6	2	1.0

Таблиця до задачі 8.2

Код	Z_H Ом	$Z_o,$ Ом	$Z_{вх},$ Ом
1	150	75	-
2	-	150	75
3	-	-	75
4	400	-	100
5	150	-	-
6	65	-	-
7	75	50	-
8	-	100	50
9	-	-	150
10	75	-	50
11	200	-	-
12	80	-	-
13	100	75	-
14	-	150	75
15	-	-	200
16	85	-	50
17	175	-	-
18	95	-	-
19	200	100	-
20	-	150	75
21	-	-	68
22	100	-	55
23	135	-	-
24	125	-	-
25	125	75	-

Таблиця до задачі 8.3

Код	ρ_p Ом	R_H, Ω
1	50	30
2	50	35
3	75	40
4	75	35
5	100	80
6	100	85
7	100	30
8	100	40
9	150	65
10	150	55
11	150	135
12	150	149
13	150	139
14	200	155
15	200	35
16	200	199
17	200	88
18	200	75
19	300	102
20	300	113
21	300	121
22	400	98
23	400	83
24	400	122
25	400	131

Таблиця до задачі 9.3

Код	Е,В	t_i , м	T,мс
1	10	0.15	0.8
2	11	0.16	0.9
3	12	0.17	1.0
4	13	0.18	1.1
5	14	0.19	1.2
6	15	0.20	0.8
7	16	0.21	0.9
8	17	0.22	1.0
9	18	0.23	1.1
10	19	0.24	1.2
11	20	0.25	0.8
12	21	0.26	0.9
13	22	0.27	1.0
14	23	0.28	1.1
15	24	0.29	1.2
16	25	0.30	0.8
17	26	0.31	0.9
18	27	0.32	1.0
19	28	0.33	1.1
20	11	0.34	1.2
21	12	0.35	0.8
22	13	0.36	0.9
23	14	0.37	1.0
24	15	0.38	1.1
25	10	0.50	1.0

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.

1. І.В.Байраченко. Радіотехнічні кола і сигнали. Видавництво КУ, - 1992 р., -220 с.
2. С.М.Левитский. Сигналы и спектры. К., УМК, 1990, 78 с.
3. В.П.Жуков, В.Т.Карташов, А.М.Николаев. Задачник по курсу "Радиотехнические цепи и сигналы". М.:Высш. шк., 1986, - 192 с.
4. С.И.Баскаков. Радиотехнические цепи и сигналы. Руководство к решению задач. - М.:Высш. шк.,1987, - 207 с.
5. И.В.Гуревич. Основы расчетов радиотехнических цепей. Изд-во "Связь", М.: 1975, - 363 с.
6. М.Ю.Зайчик, П.Н.Овсянников, С.А.Шевчук. Сборник учебно - контрольных задач по теории электрических цепей. М.: Энергоиздат, 1981,- 296 с.
7. М.Р. Шебес. Задачник по теории линейных электрических цепей. М.: Высш. шк.,1982, - 488 с.